1Д

УДК 62-506

Ю.А. Дорофеюк, Е.В. Бауман, А.С. Москаленко
Московский государственный институт электроники и математики (МГИЭМ),
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва, Россия
tigress86@bk.ru, bau@ipu.rssi.ru

Размытая упорядоченная классификация

В статье задача оценивания множества альтернатив в некоторой ранговой шкале рассматривается как задача построения упорядоченной классификации, при этом исследуется случай размытой упорядоченной классификации.

Введение

Методы классификационного анализа широко используются для решения разнообразных задач распознавания образов, автоматической классификации, экстремальной группировки параметров, анализа графов и др. [1]. Наиболее интересные как в теоретическом, так и в прикладном аспекте результаты были получены в рамках постановки задачи размытой классификации [2].

Разработка методов решения задачи обработки экспертных оценок, особенно в ранговых и номинальных признаках [3], явилась стимулом для исследований по методам упорядоченной классификации, в том числе – размытой упорядоченной классификации.

Размытая упорядоченная классификация в задаче оценки альтернатив в ранговых шкалах

Задачу оценивания множества альтернатив $A = \{a, b, c, x, y, \ldots\}$ в некоторой ранговой шкале $V = \{v_1, ..., v_r\}$, $(v_1 > v_2 > ... > v_r)$ можно рассматривать как задачу построения упорядоченной классификации этого множества, то есть разбиения множества A на уровни $A_1, \ldots, A_r$, где $A_i = \{x \in A | v(x) = v_i\}$ $\left(A_i \subseteq A; A_i \bigcap A_j = \varnothing, i \neq j; \bigcup\limits_i A_i = A\right)$. Считается, что альтернатива x ***лучше*** альтернативы y, если $v(x) > v(y)$. Как известно, введенное таким образом бинарное отношение «лучше» представляет собой слабый порядок (асимметричное, обратно транзитивное бинарное отношение).

Далее рассматривается размытая упорядоченная классификация, т.е. предполагается, что её уровни $A_1, \ldots, A_r$ размыты. Обозначим функцию принадлежности альтернативы x уровню A_i через $\mu(i, x)$ $(i = 1, \ldots, r)$. Предполагается, что $0 \le \mu(i, x) \le 1, \sum\limits_i \mu(i, x) = 1$. Следовательно, функции принадлежности $\mu(i, x)$ данной альтернативы x можно рассматривать как распределение её оценок на шкале *V*.

Таким образом, размытую упорядоченную классификацию можно задавать через вектор-функции принадлежности. Далее размытая упорядоченная классификация и соответствующий вектор-функция обозначаются через $\mathrm{M}(\cdot)$.

Задача сравнения двух альтернатив по размытой упорядоченной классификации сложнее, чем в неразмытом случае. Интуитивно можно предположить, что альтернатива x лучше альтернативы y, если распределение оценок x в определённом смысле лежит выше по шкале *V*, чем распределение оценок y. Введем следующее определение бинарного отношения «лучше» для размытой упорядоченной классификации:

Определение 1. Бинарное отношение $P_{M(\cdot)}$ будем называть отношением «лучше» для размытой упорядоченной классификации, если $xP_{M(\cdot)}y \Leftrightarrow \forall k | 1 \le k \le r, \sum_{i=1}^{k} \mu(i,x) \ge \sum_{i=1}^{k} \mu(i,y)$ и $\exists k^* | \sum_{i=1}^{k^*} \mu(i,x) > \sum_{i=1}^{k^*} \mu(i,y)$.

Очевидно, что такое бинарное отношение является транзитивным и асимметричным, т.е. частичным порядком.

Одной из характеристик частичного порядка P является его размерность, т.е. минимальное число m слабых порядков $R_1, \ldots, R_m$, которые в пересечении дают данный частичный порядок P ($P = \bigcap_j R_j$).

Теорема 1. 1. Пусть $\mathrm{M}(\cdot)$ – размытая упорядоченная классификация с r уровнями, тогда размерность $P_{M(\cdot)}$ не более $r-1$.

2. Пусть m – размерность произвольного частичного порядка P, тогда существует размытая упорядоченная классификация с $m+1$ уровнями такая, что $P_{M(\cdot)} = P$.

Далее рассматривается два специальных класса размытых упорядоченных классификаций.

Определение 2. Размытая упорядоченная классификация $\mathrm{M}(\cdot)$ называется унимодальной, если для любой альтернативы x функция $\varphi(i) = \mu(i,x)$ является унимодальной.

Теорема 2. Пусть m – размерность произвольного частичного порядка P, тогда существует унимодальная размытая упорядоченная классификация с $m+1$ уровнями такая, что $P_{M(\cdot)} = P$.

Обозначим через I_n^k интервал чисел $\{n, n+1, \ldots, \min[n+k, r]\}$.

Определение 3. Размытая упорядоченная классификация $\mathrm{M}(\cdot)$ называется *k*-интервальной, если для любой альтернативы x существует интервал $I_n^k(x)$ такой, что функция $\varphi(i) = \mu(i,x)$ равна нулю для любого номера $i \notin I_n^k(x)$.

Теорема 3. Пусть $\mathrm{M}(\cdot)$ k – ***k***-интервальная размытая упорядоченная классификация, тогда размерность $P_{M(\cdot)}$ не более $k-1$.

Заключение

В статье задача оценивания множества альтернатив в некоторой ранговой шкале рассматривается как задача построения упорядоченной классификации, при этом исследуется случай размытой упорядоченной классификации. Рассматривается два специальных класса размытых упорядоченных классификаций – унимодальная и k-интервальная размытая упорядоченная классификация.

Литература

1. Бауман Е.В., Дорофеюк А.А. Классификационный анализ данных // Труды Международной конференции по проблемам управления. – Том 1. – М.: СИНТЕГ, 1999. – С. 62-77.
2. Бауман Е.В. Методы размытой классификации (вариационный подход) // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 12. – С. 70-78.
3. Бауман Е.В. Структуризация номинальных признаков в задачах экспертизы // Экспертные оценки в задачах управления. – М.: ИПУ, 1982. – С. 16-23.

Ю.А. Дорофєюк, Є.В. Бауман, А.С. Москаленко
Розмита упорядкована класифікація
У статті задача оцінювання множини альтернатив у деякій ранговій шкалі розглядається як задача побудови упорядкованої класифікації, при цьому досліджується випадок розмитої упорядкованої класифікації.

J.A. Dorofeyuk, E.V. Bauman, A.S. Moscalenko
Fuzzy ordered classification
In the article the problem of estimation a set of alternatives in some rank scale is considered as a problem for construction of the ordered classification, thus the case of the fuzzy ordered classification is investigated. It is considered two special classes of the fuzzy ordered classifications - unimodal and k - interval fuzzy ordered classification.

Статья поступила в редакцию 26.04.2006.