6Я

УДК 004.82:[510.21+510.27]

*А.Л. Яловец*
Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины,
г. Киев, Украина

# Проблема разрешения логических и семантических парадоксов

В статье излагаются вопросы разрешения парадоксов при помощи программных средств СЛМ-технологии. В статье под разрешением парадокса понимается выявление корня противоречия, лежащего в основе парадокса, и перестройка структуры парадокса с целью его устранения. Рассмотрены наиболее известные примеры логических и семантических парадоксов.

## Введение

Анализу парадоксов (апорий, антиномий) посвящены многочисленные работы, основной особенностью которых является отсутствие единого мнения не только о том, как решать проблему их разрешения, но и о том, являются ли некоторые парадоксы «настоящими» парадоксами (например, парадокс лжеца (в версии древнегреческого философа Евбулида) [1], парадокс брадобрея [2], парадокс Рассела [3]). Как отмечается в [4, с.224], «в математическом мире полного согласия в вопросе о происхождении парадоксов и способах избавления от них нет до сих пор <…>, и весьма сомнительно, чтобы оно когда-либо наступило».

По аналогии с [2] будем полагать, что термины «парадокс», «апория» и «антиномия» эквивалентны по смыслу: так, термин «парадокс» произошел от греческих слов «παρά» и «δόξα», что буквально переводится как «против мнения»; термин «апория» – от греческих слов «α» и «πόροζ», что буквально означает «безвыходное положение»; термин «антиномия» – от греческих слов «άντι» и «νόμοζ», что буквально переводится как «противоречие в законе». Очевидно, что во всех случаях речь идет о некотором логическом противоречии. В соответствии с этим, в дальнейшем для именования подобных противоречий будем использовать единый термин «парадокс».

Множество работ, в которых исследуются парадоксы, можно условно разделить на два различных класса: один из них формирует работы, в которых выполнен анализ наиболее известных парадоксов (например, [2],[4-6]), второй – работы, в которых наряду с анализом парадоксов, предпринимаются попытки разрешения некоторых из них (например, [7-9]). В большинстве работ, относящихся ко второму классу, процессы разрешения парадоксов не формализованы и основываются на рассуждениях, и только в некоторых работах (например, в [8]) предпринимается попытка формализации процессов анализа структуры парадокса, на основании которой рассматриваются возможности разрешения парадокса.

Как будет показано в данной статье, представление парадоксов в виде логико-вычислительной семантической сети (ЛВС-сети) [10] приводит к формированию соответствующих неводов (специального вида структурных образований, приводящих к логическим противоречиям при обработке ЛВС-сети) [10].

# Цель работы

Целью данной работы является иллюстрация процессов устранения соответствующих неводов, описывающих рассматриваемые парадоксы, что, как следствие, приводит к получению возможного разрешения парадоксов. В данном случае под разрешением парадокса будем понимать выявление корня противоречия, порождающего парадокс, и перестройку структуры парадокса с целью его устранения.

Как нам представляется, проблема разрешения парадоксов находится в непосредственной связи с проблемой устранения противоречий, допускаемых в процессе представления знаний при построении систем, основанных на знаниях (СОЗ). Как будет показано в данной статье, родственность этих проблем заключается в общих причинах их возникновения, а именно: в семантической неоднозначности знаний, содержащихся в представляемой информации; неполноте представляемых знаний; некорректности интерпретации знаний и т. п.

Согласно классификации Ф. Рамсея существует две группы парадоксов: логические и семантические (эпистемологические) [2],[4]. В данной работе в качестве примера логического парадокса рассматривается парадокс Рассела; в качестве примеров семантических парадоксов рассматриваются парадоксы лжеца, брадобрея и «Покрытый» («Электра»).

# Пример разрешения логического парадокса

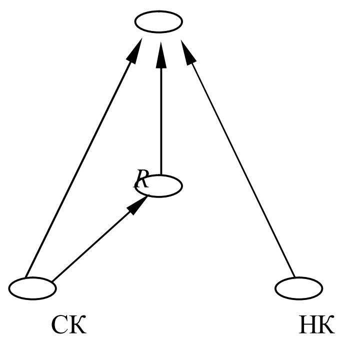


Рисунок 1.1

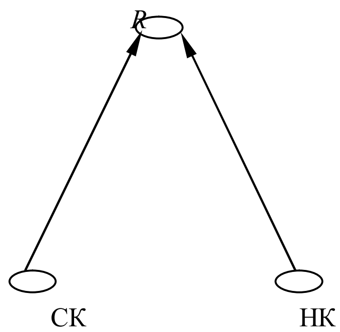


Рисунок.1.2.

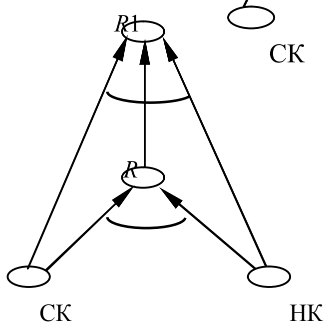


Рисунок.2.– Парадокс Рассела

**Парадокс Рассела** [2],[4],[6]. Парадокс связан с расселовским классом – классом всех собственных классов. Напомним, что под собственными классами понимаются такие классы, которые не являются членами самих себя (например, класс людей, класс чисел); под несобственными классами – классы, являющиеся членами самих себя (например, класс всех классов, класс всех понятий). Пусть $R$ – расселовский класс. Тогда, если $R$ – собственный класс, то, так как $R$ является классом всех таких классов, $R$ является членом $R$, и, следовательно, $R$ не является собственным классом. С другой стороны, если $R$ не является собственным классом, то $R$ – не член $R$ и поэтому $R$ – собственный класс. Получаем противоречие. Для представления парадокса в виде ЛВС-сети необходимо отдельно рассмотреть два случая. Случай 1: если $R$ – собственный класс и $R$ является его членом, то $R$ – несобственный класс. Обозначим понятие «собственный класс» через СК, а понятие «несобственный класс» через НК. ЛВС-сеть, соответствующая случаю 1, представлена на рис. 1.1. Случай 2: если $R$ – несобственный класс, то $R$ не является его членом и поэтому $R$ – собственный класс. ЛВС-сеть, соответствующая случаю 2, представлена на рис. 1.2. Следует отметить, что в обоих случаях конечная (выводимая) вершина $R$ (в соответствии с формулировкой парадокса Рассела) одновременно обладает свойствами СК («собственный класс») и НК («несобственный класс»), что и отражено на соответствующих рисунках. Объединение обоих случаев приводит к случаю 1 (т.к. очевидно, что по структуре случай 2 является подмножеством случая 1). Однако понятия СК и НК образуют объем понятия $R$ как класса (т. е. в данном случае вершины ЛВС-сети,

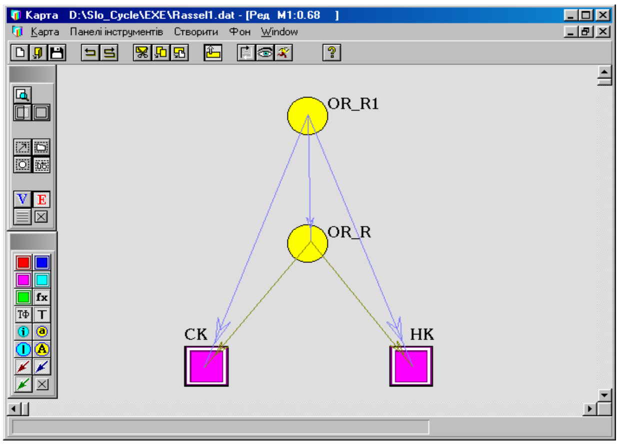


Рисунок 3 – ЛВС-сеть, отображающая парадокс Рассела

соответствующие понятию $R$, должны быть строго дизъюнктивными; как следствие, в структуру формируемой ЛВС-сети необходимо добавить дугу, связывающую вершину НК с внутренней вершиной $R$). Кроме того, в формируемой ЛВС-сети, нарушается требование уникальности вершин [10], т. к. дважды представлена вершина, соответствующая одному и тому же понятию $R$. Вместе с тем, хотя по условиям парадокса классы $R$ эквивалентны, их интерпретация различна: так, класс $R$, соответствующий конечной вершине, включает класс $R$, соответствующий внутренней вершине (рис.1.1), но не наоборот. Для различения вершин конечную вершину определим как $R1$. Как результат получаем ЛВС-сеть, описывающую парадокс Рассела (рис.2). Выполним процессы построения и обработки ЛВС-сети, описывающей данный парадокс, при помощи инструментальных средств СЛМ-технологии [10] (соответственно, средствами систем ПРИЗМА[1] (рис. 3) и СЛОГАН (рис.4,5)). На рис.3 вершины OR_R и OR_R1 соответствуют ИЛИ-вершинам *R* и *R*1 (рис.2). Верификация структуры данной ЛВС-сети средствами системы СЛОГАН приводит к диагностированию 4 ошибок (рис. 4). Анализ выявленных неводов I и III рода показывает, что в процессе представления знаний о парадоксе Рассела были допущены следующие ошибки: а) нарушение правил деления объема понятий; б) нарушение соотношения объема и содержания понятий. Проанализируем данные ошибки.

Ошибка А. Появление данной ошибки вызвано наличием в структуре ЛВС-сети неводов I рода (напомним, что возникновение неводов I рода является следствием некорректного представления объемов понятий в структуре ЛВС-сети [10]). Как известно [1], существует 4 правила деления объема понятия: а) деление должно производиться по одному основанию; б) деление должно быть соразмерным (объем делимого понятия должен быть равен сумме объемов членов деления); в) члены деления должны взаимно исключать друг друга; г) деление должно быть непрерывным (не должно содержать скачка в делении).

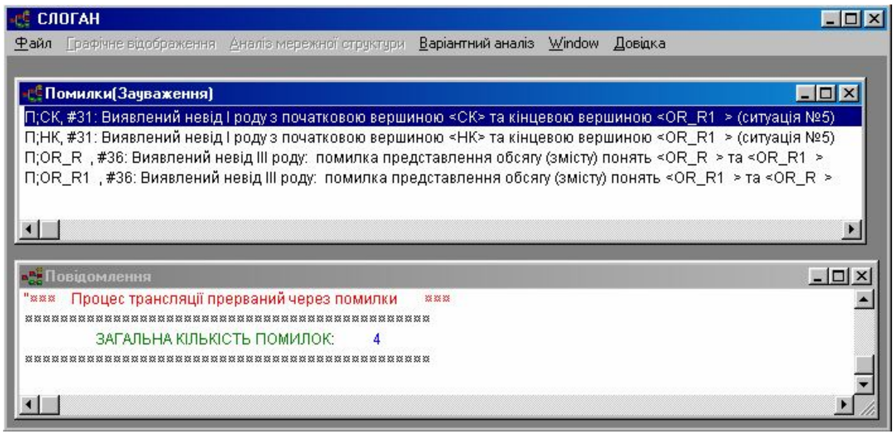


Рисунок 4 – Диагностика противоречий в парадоксе Рассела

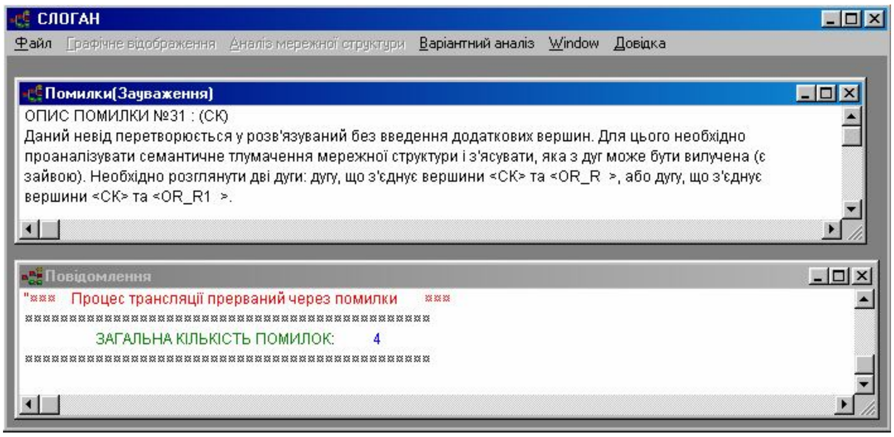


Рисунок 5 – Рекомендации по устранению невода из структуры ЛВС-сети

[1] При построении ЛВС-сети в среде системы ПРИЗМА принято направление дуг сверху вниз, что позволяет адекватно отобразить естественную структуру понятий, и является более привычным для пользователя.

Проанализируем эти правила применительно к нашему случаю. В соответствии с правилом (а) мы должны были использовать одно основание для деления. Очевидно, что таким основанием является признак «вид класса». Тогда (рис.2) для класса $R1$ видами являются СК, НК и $R$; а для класса $R$ – СК и НК. Полученный объем понятия $R1$ позволяет интерпретировать понятие $R1$ как класс всех классов. Действительно, в состав объема данного понятия входят все возможные виды классов: собственный класс (СК), несобственный класс (НК) и класс $R$, который нельзя явно отнести ни к собственному, ни к несобственному классу (очевидно, что такими свойствами обладает расселовский класс). В свою очередь, объем понятия $R$ (расселовского класса), в соответствии с формулировкой парадокса, включает виды классов СК и НК. Но тогда для $R1$ не соблюдаются требования правила (б), поскольку объем данного понятия не равен сумме объемов членов деления (в объем дважды входят понятия СК и НК). С другой стороны, в соответствии с требованиями правила (в) члены деления должны взаимно исключать друг друга, что позволяет сделать вывод, что расселовского класса R, как видового понятия, входящего в объем понятия R1, не существует[2], т.к. двойное вхождение понятий СК и НК приводит к их взаимному исключению, а при исключении СК и НК исключается $R$ [3]. Кроме того, при таком делении объема понятия $R1$, как это выполнено на рис. 2, не соблюдаются требования правила (г) (допущен скачек в делении).

Ошибка Б. Появление данной ошибки вызвано наличием в структуре ЛВС-сети неводов III рода (напомним, что возникновение неводов III рода является следствием некорректного представления как объема, так и содержания понятий в структуре ЛВС-сети [10]). В данном случае ошибка заключается в том, что понятие $R$ входит в состав как объема, так и содержания понятия $R1$, что недопустимо с точки зрения формальной логики: объем и содержание одного и того же понятия должны формировать *различные* (несовпадающие) понятия [1].

Обратимся теперь к рекомендациям по устранению неводов, сгенерированным средствами системы СЛОГАН (пример рекомендаций см. на рис. 5). Отметим, что данные рекомендации необходимо рассматривать комплексно.

Так согласно рекомендациям по устранению обнаруженных неводов I рода (на рис.4, 5 – ошибка № 31), необходимо рассмотреть дуги, инцидентные вершинам СК и НК (рис.2), и при рассмотрении вершины СК удалить либо дугу, связывающую вершины СК и $R$, либо дугу, связывающую вершины СК и $R1$, и, соответственно, при рассмотрении вершины НК удалить либо дугу, связывающую вершины НК и $R$, либо дугу, связывающую вершины НК и $R1$.

С другой стороны, ошибка № 36 (рис.4), сгенерированная средствами системы СЛОГАН, говорит о наличии в структуре ЛВС-сети неводов III рода с конечными вершинами $R1$ и $R$. Для устранения неводов система рекомендует удалить одну из подсетей (дуг) невода, включающей в качестве начальной вершины – начальную вершину невода, а в качестве корневой вершины конечную вершину невода. Таким образом, необходимо рассмотреть (рис.2) подсети с корневыми вершинами $R1$ и $R$. При этом при рассмотрении подсети с корневой

[2] Подобный результат получен в [6, стр.17].

[3] Понятие $R$ исключается как видовое понятие, но остается в составе структуры ЛВС-сети как понятие, входящее в содержание понятия $R1$ (см. анализ ошибки Б).

вершиной $R1$ необходимо проанализировать возможность удаления одной из следующих подсетей (дуг): либо подсети, включающей вершины СК, $R$ и $R1$; либо дуги, связывающей вершины СК и $R1$; либо подсети, включающей вершины НК, $R$ и $R1$; либо дуги, связывающей вершины НК и $R1$. При рассмотрении подсети с корневой вершиной $R$ необходимо проанализировать возможность удаления одной из дуг: либо дуги, связывающей вершины СК и $R$, либо дуги, связывающей вершины НК и $R$.

Следуя рекомендациям по устранению неводов III рода, рассмотрим дуги, инцидентные вершине $R$. Если вновь обратиться к формулировке парадокса, то станет очевидным, что дуга, связывающая вершины НК и $R$ (рис.2), «не принадлежит» парадоксу (для сравнения см. рис. 1.1 и 1.2) и добавлена нами для фиксации объема понятия $R$. Для устранения противоречия названная дуга, как не отвечающая смыслу парадокса, должна быть удалена. Как следствие, дуга, связывающая вершины СК и $R$, должна быть сохранена (см. рекомендации по устранению неводов III рода). В свою очередь, как показано выше, при рассмотрении вершины СК (см. рекомендации по устранению неводов I рода) необходимо удалить либо дугу, связывающую вершины СК и $R$, либо дугу, связывающую вершины СК и $R1$. Следовательно, сохранение дуги, связывающей вершины СК и $R$ приводит к необходимости удаления дуги, связывающей вершины СК и $R1$. Очевидно, что удаление названных дуг удовлетворяет всем рекомендациям по устранению неводов I и III рода (на рис. 6 удаляемые дуги показаны штриховыми линиями).

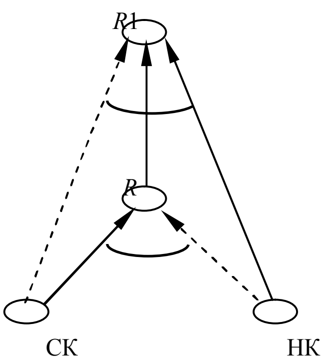


Рисунок.6. Процесс преобразований

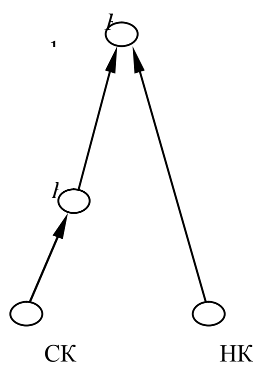


Рисунок.7. Результат преобразований

Изменение структуры ЛВС-сети, выполняемое в процессе описанных преобразований, требует уточнения логического типа вершин, сопоставленных соответственно понятиям $R1$ и $R$. Так, удаление дуги, связывающей вершины СК и $R1$, приводит, с одной стороны, к переопределению логического типа вершины $R1$ (из ИЛИ-вершины она преобразуется в И-вершину[4]; при этом содержание понятия $R1$ формирует следующие свойства класса: класс $R1$ включает сам себя (класс $R$) и является несобственным классом (НК)), с другой стороны, к переопределению семантики понятия $R1$ (вследствие выполненного удаления дуги данное понятие должно интерпретироваться уже не как расселовский класс, а как произвольный класс). С другой стороны, удаление дуги, связывающей вершины

[4] Напомним [10], что в структуре ЛВС-сети содержание понятий отображается при помощи И-вершин, объем понятий пр помощи ИЛИ-вершин

НК и $R$, приводит к переопределению логического типа вершины $R$ (из ИЛИ-вершины она преобразуется в И-вершину; при этом содержание понятия $R$ включает следующий признак класса $R$: класс $R$ является собственным классом (СК)). Полученный результат преобразований парадокса Рассела показан на рис. 7 и может быть интерпретирован следующим образом:

Любой непустой класс[5] (класс R1) является несобственным классом и включает сам себя (класс R) как собственный класс.

Представляется, что включение класса $R$ в состав класса $R1$ необходимо рассматривать как неотъемлемое особое свойство класса $R1$. В общем виде это свойство может быть записано как $R \subseteq R1, R \notin R1$, что означает, что класс $R$ включается в состав класса $R1$, но не является его членом. Отметим, что в соответствии с рис. 7, в данном случае включение классом самого себя понимается только в одном смысле: класс $R1$ включает класс $R$, но не наоборот.

При этом, как следует из рис. 7 непустой класс $R1$, являясь несобственным классом (по аналогии с несобственным подмножеством множества – см. ниже), включает только сам себя (т. е. $R \subseteq R1$). В свою очередь, класс $R$ является собственным классом и себя не включает. В силу того, что класс $R1$ является непустым классом, то должны существовать подклассы, являющиеся членами класса $R1$ (перечень таких подклассов, разумеется, не включает класс $R$). Пусть один из таких подклассов именуется $R2$. В связи с тем, что, как показано выше, класс $R1$ включает только сам себя, класс $R2$ должен рассматриваться как подкласс собственного класса $R$ (т. е. $R2 \subset R$). В свою очередь, класс $R2$ (если он не пуст), также как и класс $R1$, является несобственным классом. Рассуждая далее таким же образом, мы приходим к иерархии классов, подобной иерархии типов, предложенной Расселом (см. ниже), отличающейся от последней тем, что в нашей иерархии основными отношениями являются отношения включения «$\subseteq$» и «$\subset$»[6]. Безусловно, это лишь схематический набросок такой иерархии, необходимый нам только для иллюстрации того, что устранение неводов в структуре ЛВС-сети, описывающей парадокс Рассела, естественным путем приводит к необходимости иерархического представления классов для устранения самого парадокса, что, собственно говоря, и предложил сам Б. Рассел в теории типов (см. ниже).

Для оценки полученного результата кратко рассмотрим соответствующие положения теории множеств и теории типов.

В теории множеств различаются отношение включения и отношение принадлежности. Так, в [6, с.47] показано, что «каждое множество включает себя само и свои подмножества, но, вообще говоря, не содержит ни себя, ни своих подмножеств». В свою очередь, отношение включения понимается в двух смыслах [4, с.163]: «всякое множество $D$ является подмножеством самого себя; говорят, что $D$ является несобственным подмножеством $D$. Всякое другое подмножество $C$ множества $D$ <…> называется собственным подмножеством множества $D$». В первом случае отношение включения задается при помощи символа '$\subseteq$'; во втором случае – при помощи символа '$\subset$'. Необходимо отметить, что хотя понятия «несобственный класс» и «собственный класс», используемые в

[5] Пустой класс не включает ни одного члена, в том числе и себя.

[6] При определенных соглашениях отношение включения '$\subset$' может быть сведено к отношению € («быть членом класса») в смысле Рассела (подробнее о теории типов см. ниже)

парадоксе Рассела, по наименованию и смыслу перекликаются с понятиями «несобственное подмножество» и «собственное подмножество» (если их рассматривать по отношению к множеству), но, строго говоря, по интерпретации существенно отличаются от последних. Так, если в теории множеств понятия «несобственное подмножество» и «собственное подмножество» имеют смысл в рамках одного и того же множества, то в формулировке парадокса Рассела понятия «несобственный класс» и «собственный класс» имеют смысл только для различных классов. Таким образом, представляется, что в самой формулировке парадокса Рассела допускается семантическая погрешность, основанная на подмене понятий.

В качестве теории, свободной от парадоксов теории множеств (в т. ч. от парадоксов Кантора и Рассела), Б. Рассел предложил теорию типов (или, иначе говоря, теорию логических типов). Основной особенностью теории типов [2,11] (или, в интерпретации А. Тарского [12], теории классов; в [6] рассмотрена общая теория классов, обобщающая названные теории) является введение иерархии типов для различения типов. Краткое изложение сущности такой иерархии приведем в интерпретации Г.Вейля[7] [11, с.84]: «Даны несколько первичных категорий элементов; они являются областями допустимых значений для низших типов аргументов. В любом отношении каждый из $n$ (= 1 или 2 или 3 или …) аргументов $x_1,\ldots,x_n$ относится к некоторому типу $k_1,\ldots,k_n$, само отношение – типа $k^*=\{k_1,\ldots,k_n\}$, определяемого $k_1,\ldots,k_n$; тип $k^*$ выше, чем любая из его компонент. Построим диаграмму, на которой тип $k^*$ изображен точкой, а $k_1,\ldots,k_n$ – точками, расположенными в ряд под $k^*$, и соединим их с $k^*$ прямыми так, как вы изобразили бы некоторого человека $k^*$ и его потомков на генеалогическом дереве. При спуске от $k^*$ к его компонентам, а от тех – к их компонентам и т.д. получается «топологическое дерево», в котором каждая конечная вершина соответствует одной из первичных категорий: эта диаграмма описывает тип $k^*$».

Введя иерархию типов, Б. Рассел добился различения классов различных уровней (или, иначе говоря, самого множества и его подмножеств). Отметим, что фундаментальным отношением в теории типов является отношение вида $x^i \in y^j$, являющееся правильно построенным тогда и только тогда, когда $j=i+1$. При этом парадокс Рассела (как и парадокс Кантора) в рамках теории типов оказывается не воспроизводимым [6]. Очевидно, что три отношения теории множеств (задаваемые при помощи символов '$\in$', '$\subset$', '$\subseteq$') в теории типов сведены к одному фундаментальному отношению «быть членом класса» (задаваемому при помощи символа '$\in$'). Как следствие, при помощи данного отношения в иерархии типов задаются и отношения принадлежности, и отношения включения. Вместе с тем, очевидно, что отношение включения класса самого в себя не может быть адекватно задано при помощи отношения вида $x^i \in y^j$, где $j=i+1$. Точка зрения самого Б. Рассела на этот вопрос является

[7] Интепретация Г. Вейля наиболее точно отражает истоки возникновения парадокса Рассела, изначально связанного с противоречием [13, с.472-475], обнаруженным Б. Расселом в труде Г.Фреге «Исчисление понятий », в котором Г. Фреге допускал возможность построения функции от функций.

противоречивой. Так, в «Logic and knowledge. Essays 1901 – 1950.» он пишет: «То, что включает *всю* совокупность чего-либо, не должно включать себя» (цитируется по [14, с.39]). С другой стороны, в [15, с.257] Б. Рассел пишет, что: «Если «*P*» означает «родительство», то *P*-семейство $x$ состоит из предков и потомков $x$, братьев и сестер всех степеней родства, а также из него самого, при условии, что он имеет родителей или детей. Но если $x$ – некто, не имеющий родителей или детей, тогда *P*-семейство для $x$ не должно включать $x$, а должно быть пустым классом». Очевидно, что в последней цитате Б. Рассел, все же допуская возможность включения класса самого в себя, не различает особенностей включения в класс $x$ самого класса $x$ и прочих членов класса. Представляется, что отсюда следует, что отношение включения класса самого в себя не реализуется в виде иерархии типов, а все же рассматривается Б. Расселом как специфическое свойство любого непустого класса.

Таким образом, иерархия, полученная нами в результате анализа парадокса Рассела, в общем случае соответствует иерархии типов, предложенной Б. Расселом, но с тем отличием, что отношение включения произвольного непустого класса самого в себя должно рассматриваться «внутри» соответствующего уровня иерархии, содержащего данный класс.

Полученное решение хорошо интерпретируется в рамках концепции, положенной в основу построения ЛВС-сети [10]. Напомним, что в соответствии с определением [10] каждой вершине ЛВС-сети поставлены в соответствие, в частности, имя вершины (понятие ПО, выражаемое через слово либо словосочетание) и некоторое уникальное имя метода. С другой стороны, ЛВС-сеть по определению является обыкновенным ациклическим однонаправленным конечным связным ориентированным графом, и, как следствие, в ее структуре могут быть выделены (по аналогии с теорией типов) отдельные уровни иерархии, в каждый из которых будет входить соответствующее множество вершин ЛВС-сети. Каждая вершина, принадлежащая отдельному уровню иерархии (кроме нулевого уровня, в состав которого входят терминальные вершины ЛВС-сети), связана заходящими дугами с вполне определенным множеством вершин нижележащих уровней. Таким образом, существует взаимно однозначное соответствие между отдельной вершиной ненулевого уровня и множеством инцидентных ей вершин, принадлежащих нижележащим (в отличие от теории типов, не обязательно одним и тем же) уровням иерархии ЛВС-сети. При этом любая вершина ненулевого уровня может рассматриваться как поименованный класс, а множество инцидентных ей нижележащих вершин – как множество поименованных элементов данного класса (в качестве имен класса и его элементов выступают имена соответствующих вершин). В свою очередь, имя метода, сопоставленное вершине, описывает некоторую операцию, успешное выполнение которой приводит к выводимости данной вершины (в частности, присвоению ей соответствующего имени). При этом, если рассматривать вершину ненулевого уровня как поименованный класс, то для успешной выполнимости метода, сопоставленного данной вершине, *необходимо*, чтобы соответствующие элементы класса (принадлежащие множеству инцидентных вершин нижележащих уровней иерархии ЛВС-сети), требуемые для выполнимости метода, *были включены* в состав данного класса. Иначе говоря, метод «оговаривает» требования (признаки класса), в соответствии с которыми выполняется операция включения элементов в класс при формировании ЛВС-сети.

Такая интерпретация сущности метода в общем случае соответствует привычным представлениям по формированию классов (разумеется, не основанным на интуитивном подходе, что было свойственно формированию множеств в рамках канторовской теории множеств). Действительно, формируя класс мы выбираем признаки, в соответствии с которыми элемент может быть включен в состав данного класса. С другой стороны, рассматривая некий существующий класс, для уяснения его сущности мы изначально выясняем, в соответствии с какими признаками данный класс был сформирован. В некоторых случаях сущность класса следует из его наименования (т. е. наименование уже содержит ссылку на признак), в других случаях (в том числе и в случае формулирования самого парадокса Рассела для понимания сути наименований классов «собственный класс» и «несобственный класс») требуется введение некоторых уточняющих положений, с учетом которых класс может быть сформирован. Однако в любом случае для выяснения сущности класса мы исходим из того, что класс, с одной стороны, имеет наименование, с другой стороны, данное наименование (возможно, через свою дефиницию) определяет признаки, в соответствии с которыми мы воспринимаем смысл[8], положенный в основу формирования класса (включения элементов в состав класса). Очевидно, что непустой класс ненулевого уровня будет правильно сформированным тогда и только тогда, когда все элементы (либо любой выбранный элемент) класса соответствуют данным признакам (т. е. проверка данного соответствия завершилась успешно). Прототипом такой проверки и является метод.

Таким образом, полученные нами результаты анализа парадокса Рассела (рис. 7) могут быть интерпретированы в рамках концепции ЛВС-сети для любой вершины ненулевого уровня следующим образом: в качестве класса $R1$ выступает имя вершины; в качестве класса $R$ – имя метода, сопоставленного данной вершине; в качестве элементов класса – множество имен вершин нижележащих уровней иерархии ЛВС-сети, инцидентных рассматриваемой вершине. С такой точки зрения, концепция ЛВС-сети может рассматриваться как обобщение теории типов Рассела.

# Примеры разрешения семантических парадоксов

**Парадокс лжеца в версии Евбулида**. Действительный автор данного парадокса точно не установлен: известно, что данный парадокс обнаружил

[8] Наше различение наименования и смысла не является новым, – впервые его ввел Г. Фреге в работах о «смысле и значении» и «Размышления о смысле и значении»[13, с.230-252], в которой он рассматривал различие между смыслом и значением применительно к собственным именам и понятийным словам (словам, обозначающим понятия). Фреге не различал знак и имя, понимая под ними любое обозначение имеющее значение. Под значением собственного имени Фреге понимал определенный предмет (в самом широком смысле этого слова); под значением понятийного слова он понимал само понятие. Как отмечал Фреге [13, с.231], «связь, существующая <…> между знаком, его смыслом и его значением, такова, что знаку соответствует определенный смысл, а этому последнему – определенное значение». Мы, не вступая в противоречие с взглядами Фреге, в данном случае рассматриваем только наименование (имя, знак у Фреге) и смысл и не переходим к рассмотрению значения (так, как понимал его Фреге).

древнегреческий философ Евбулид из Милета (IV в. до н. э.), однако сам парадокс приписывается критскому философу Эпимениду (VI в. до н. э.), хотя эта точка зрения не является бесспорной [2],[16]. Формулировка данного парадокса звучит следующим образом: «Критянин Эпименид сказал: “Все критяне лжецы”». Возникает вопрос, сказал ли Эпименид правду либо солгал. Если предположить, что он сказал правду то выясняется, что он, как критянин, является лжецом, однако при этом он сказал правду и поэтому лжецом считаться не может. Если же предположить обратное, т.е. что Эпименид солгал, то из этого следует, что критяне не являются лжецами[9] и сам Эпименид, как критянин, лжецом быть не может. Получаем противоречие. Необходимо отметить, что в [1] утверждается, что парадокса в приведенной выше формулировке нет, поскольку из самой формулировки следует, что Эпименид солгал. Аргументацией для этого служит следующая фраза [1, с.237]: «Эпименид не может попасть в число критян, говорящих правду, поскольку предположение, что он сказал правду, ведет к заключению, что он сказал ложь», т.е. из предположения, что Эпименид сказал правду, в [1] производится вывод, что он автоматически попадает в разряд лжецов, поскольку подтвердил, что, дескать, все критяне лжецы. Однако, как мы показали выше, предположение, что Эпименид сказал правду, приводит к иному заключению, т.е. к тому, что в этом случае Эпименид лжецом считаться не может. И, как отмечается в комментариях к данному парадоксу в [16, с.284], «к сожалению, это не так просто, как кажется». Как нам представляется, в формулировке Эвбулида все же содержится парадокс, по сути заключающийся в том, что из того, что Эпименид (как критянин) признал себя лжецом, не следует, что лжецами являются все критяне. Эту же суть отражает известный принцип порочного круга Рассела – «ни одно множество не может содержать элементы, определяемые в терминах самого множества» (цитируется по [11], стр.83).

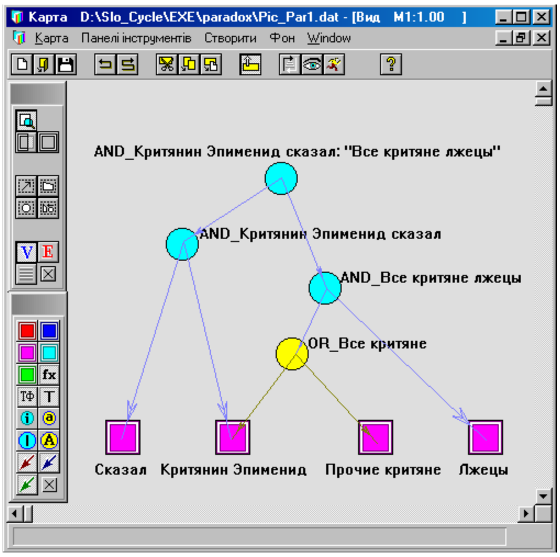


Рисунок 8 – ЛВС-сеть, отображающая парадокс лжеца

[9] Здесь, разумеется, можно привести и несколько иную трактовку за счет смещения акцента на слово «все»: *не все* критяне являются лжецами, а, следовательно, Эпименид, как солгавший, лжецом является. Однако, как следует из приводимого ниже анализа парадокса, такая трактовка также не устраняет противоречия.

Выполним процессы построения и обработки ЛВС-сети, описывающей данный парадокс, при помощи средств систем ПРИЗМА (рис.8) и СЛОГАН. На рис.8 для различения критянина Эпименида от прочих критян в структуру ЛВС-сети введена логическая ИЛИ-вершина «OR_Все критяне», отображающая объем понятия «Все критяне», включающий два контрарных видовых понятия: «Критянин Эпименид» и «Прочие критяне». Несмотря на то, что сформированная ЛВС-сеть является противоречивой (что будет показано ниже), при присвоении вершинам «Сказал», «Критянин Эпименид» и «Лжецы», значения «истина» (и, соответственно, присвоении вершине «Прочие критяне» значения «ложь») логическое выражение, описываемое данной ЛВС-сетью, становится выполнимым. Данная интерпретация имеет следующее истолкование (соответствующее предположению, что Эпименид солгал): если предположить, что в качестве *всех* критян выступает единственный критянин по имени Эпименид (что соответствует нашей ситуации, когда ИЛИ-вершина «OR_Все критяне» принимает предметное значение[10] «Критянин Эпименид» – рис.8), то подставляя в исходную формулировку парадокса вместо понятия «Все критяне» его предметное значение «Критянин Эпименид», получаем: «Критянин Эпименид сказал: “Критянин Эпименид лжец”»[11]. Очевидно, что в результате мы получили формулировку парадокса лжеца, соответствующую его традиционной трактовке (см. парадокс лжеца в современной версии).

Рассмотрим теперь обратную ситуацию, т.е. когда значение «истина» присваивается вершине «Прочие критяне» (что соответствует предположению, что Эпименид сказал правду). Очевидно, что в этом случае для выведения корневой И-вершины ’AND_Критянин Эпименид сказал: «Все критяне лжецы»’ необходимо, чтобы значение «истина» приняли следующие терминальные вершины ЛВС-сети: ’Лжецы’, ’Сказал’ и ’Критянин Эпименид’. Но вершины ’Прочие критяне’ и ’Критянин Эпименид’ являются контрарными, и их одновременная истинность приводит к нарушению формально-логического закона противоречия. Следовательно, данная ЛВС-сеть является противоречивой.

Верификация средствами системы СЛОГАН ЛВС-сети, описывающей данную версию парадокса лжеца, приводит к диагностированию ошибки, связанной с обнаружением в структуре ЛВС-сети невода I рода с начальной вершиной ’Критянин Эпименид’ и конечной вершиной ’AND_Критянин Эпименид сказал: «Все критяне лжецы»’. В соответствии с рекомендациями системы, для устранения невода необходимо проанализировать смысл понятия ’Критянин Эпименид’, т.к. возможна противоречивость его толкования. Для устранения противоречия система рекомендует вывести вершину ’Критянин Эпименид’ из-под ИЛИ-вершины ’OR_Все критяне’, что достигается путем

[10] Для различения терминов «значение» (в смысле Фреге [13, стр.230-252]) и «истинностное значение», примем следующее соглашение: в случае, если речь идет о значении понятия (в смысле Фреге), будем использовать термин «*предметное значение*», отображая словом «предметное» влияние предметной области, в рамках которой построена ЛВС-сеть; когда же речь идет об истинностном значении понятия, будем использовать просто термин «*значение*».

[11] Отметим, что Г.Фреге рассматривал подобные высказывания и доказывал их противоречивость в рамках исследования проблемы косвенного употребления имен [13,17]. Так, например, в [13, стр.232] Фреге отмечает, что «словесное образование, стоящее в кавычках, нельзя рассматривать в обычном значении».

удаления дуги, связывающей названные вершины. Иначе говоря, для снятия противоречия система предлагает, фигурально выражаясь, «лишить гражданства» Эпименида (т. к. в соответствии с полученным решением говорящий не может быть критянином), т. е. исключить его из числа критян путем исключения из объема понятия ’Все критяне’. Очевидно, что выполняемая локальная перестройка ЛВС-сети требует переопределения имени вершины ’Критянин Эпименид’: вместо данного имени ей необходимо присвоить другое имя, например, имя ’Некто, не являющийся критянином’. Легко удостовериться, что в этом случае парадокс действительно исчезает (для сравнения предлагаем возможную новую формулировку: «Некто, не являющийся критянином, сказал: “Все критяне лжецы”»), и в результате проблема переходит из плоскости логики в плоскость этики.

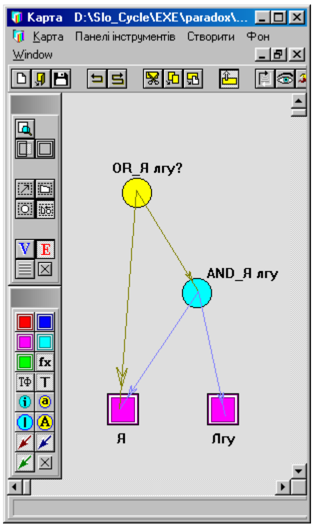


Рисунок 9 – Версия парадокса лжеца в виде ЛВС-сети

**Парадокс лжеца в современной версии**. Формулировка данного парадокса звучит так [16]: «Некто говорит: “Я лгу”». Возникает вопрос, лжет ли говорящий? Если предположить, что он действительно лжет, то сказанное им является ложью, и, следовательно, он не лжет. Если же предположить, что он при этом не лжет, то сказанное им является истиной, и, следовательно, он лжет. Таким образом, он лжет и не лжет одновременно, т.е. налицо противоречие.

Для представления данного парадокса в виде ЛВС-сети приведем его формулировку к вопросу, заданному выше (т.е. лжет ли говорящий?), что выражается следующим вопросительным предложением: «Я лгу?». Очевидно, что при этом мы не изменили смыслового содержания самого парадокса. Действительно, если предположить, что я лгу, то ответом на вопрос будет «истина», и отсюда следует, что я не лгу; если же предположить, что я не лгу, то ответом на вопрос будет «ложь», и отсюда следует, что я лгу. ЛВС-сеть, отображающая данную версию парадокса лжеца[12], представлена на рис. 9.

[12] При связывании вершины ’OR_Я лгу?’ с вершиной ’Я’ (см. рис.9) смысловой акцент в вопросе «Я лгу?» делается на слове ’лгу’ (в результате вопрос может быть переформулирован как «Я лгу или не лгу?»). Если бы вершина ’OR_Я лгу?’ связывалась с вершиной ’Лгу’, то смысловой акцент делался бы на слове ’я’ и вопрос звучал бы как «Лгу я?» (что может быть переформулировано как «Лгу я или не я?»).

Верификация данной ЛВС-сети средствами системы СЛОГАН приводит к формированию ошибки, связанной с обнаружением в структуре ЛВС-сети невода I рода с начальной вершиной ’Я’ и конечной вершиной ’OR_Я лгу?’. В соответствии с рекомендациями по устранению данного невода необходимо, с одной стороны, ввести дополнительную И-вершину в состав дуги, связывающей вершины ’OR_Я лгу?’ и ’Я’, с другой стороны, ввести дополнительную терминальную вершину и соединить введенные дополнительные вершины дугой. Очевидно, что для устранения противоречия необходимо, чтобы понятие, сопоставленное введенной терминальной вершине, было контрадикторным понятию ’Лгу’, а понятие, сопоставленное введенной И-вершине, было контрадикторным понятию, сопоставленному вершине ’AND_Я лгу’, т. е. понятию ’Я лгу’. Очевидно, что в данном случае именем введенной терминальной вершины будет понятие ’Не лгу’ (как контрадикторное понятию ’Лгу’), а именем введенной И-вершины – понятие ’Я не лгу’ (как контрадикторное понятию ’Я лгу’). ЛВС-сеть, содержащая результаты преобразования парадокса лжеца (в современной версии), представлена на рис. 10. Очевидно, что результаты преобразований могут быть интерпретированы следующим образом: «Либо я лгу, либо я не лгу», т. е. парадокс лжеца исчезает. Иначе говоря, устранение выявленного противоречия приводит к известному (с точки зрения классической (Аристотелевой) логики) результату (закону исключенного третьего): в любой ситуации у говорящего о чем-либо могут быть только два состояния: либо он говорит правду, либо он лжет. Отметим, что в [16] при анализе данного парадокса делается вывод, что «к словам “Я лгу”, взятым вне связи с конкретным объектом, о котором лжет, сказавший слова “Я лгу”, неприложимы понятия “истина” и “ложь”». Действительно, при добавлении к полученному нами результату информации об объекте, относительно которого определяется истинность (ложность) слов говорящего, и добавлении соответствующих вершин и дуг к структуре ЛВС-сети, представленной на рис.10, мы получим две возможные альтернативы суждения об объекте: либо я лгу, говоря об объекте, либо я не лгу, говоря об объекте. Конкретное же утверждение об объекте (т.е. лгу я либо не лгу) формируется при формулировании самой ситуации, соответствующей действительности. Отметим, что данное решение хорошо согласуется с теорией истины Тарского [18].

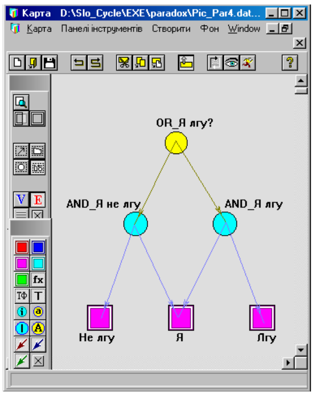


Рисунок 10 – Результаты преобразования парадокса лжеца

**Парадокс брадобрея**. Данный парадокс был сформулирован Б. Расселом и заключается в следующем [2],[16]: совет одной деревни издал указ о том, что деревенский брадобрей, являющийся единственным брадобреем в деревне, должен брить всех мужчин деревни, которые не бреются сами. Возникает вопрос: кто же будет брить самого брадобрея? На рис. 11 выполнено представление данного парадокса в виде ЛВС-сети[13].

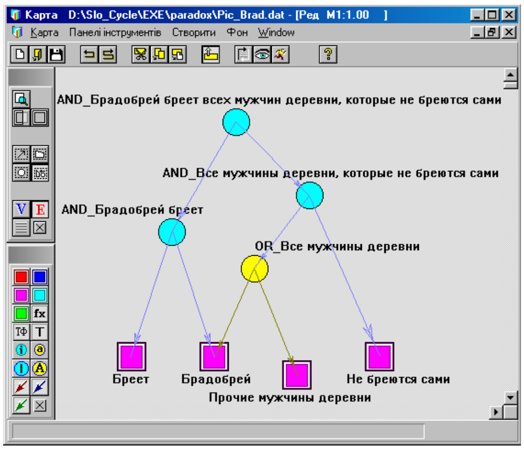


Рисунок.11. – Парадокс брадобрея в виде ЛВС-сети

Необходимо отметить, что в [6, стр.17] утверждается, что «между ним (парадоксом брадобрея – *А.Я.*) и парадоксом Рассела вообще нет существенного различия». На наш взгляд, это утверждение ошибочно: если в интерпретации названных парадоксов можно найти некоторую общность, то их структуры существенно отличаются (а различие структур, как следствие, приводит к обнаружению различных типов противоречий). Для подтверждения этого достаточно сравнить ЛВС-сети, соответственно отображающие парадокс Рассела (рис.3) и парадокс брадобрея (рис.11), и типы ошибок, обнаруживаемых в них.

На самом деле, как нам представляется, нет существенного различия между парадоксом брадобрея и парадоксом лжеца в версии Эвбулида. Так, легко заметить, что ЛВС-сети, соответственно описывающие парадокс брадобрея (рис. 11) и парадокс лжеца в версии Эвбулида (рис.8), являются структурно изоморфными. Как следствие, верификация средствами системы СЛОГАН ЛВС-сети, описывающей парадокс брадобрея, приводит к обнаружению того же типа ошибки, что и при верификации ЛВС-сети, описывающей парадокс лжеца в версии Эвбулида, т.е. невода I рода, с начальной вершиной ’Брадобрей’ и конечной вершиной ’AND_Брадобрей бреет всех мужчин деревни, которые не бреются сами’. В соответствии с рекомендациями по устранению данного невода необходимо вывести вершину ’Брадобрей’ из-под ИЛИ-вершины ’OR_Все мужчины деревни’, что достигается путем удаления дуги, связывающей названные вершины. Очевидно, что для устранения противоречия система предлагает решение, аналогичное решению, принятому при рассмотрении парадокса лжеца в версии Эвбулида, с тем лишь различием, что в случае парадокса брадобрея нет

[13] Такого представления парадокса достаточно для выполнения анализа парадокса. Возможно построение более сложной структуры ЛВС-сети, но и в этом случае процесс устранения противоречия, содержащегося в парадоксе, будет аналогичен приводимому ниже.

необходимости переопределять имя вершины ’Брадобрей’, поскольку в данном имени не отображается принадлежность к жителям деревни (в отличие от имени вершины ’Критянин Эпименид’, отображающем принадлежность к критянам – рис.8).

Таким образом, анализ парадокса брадобрея, выполненного при помощи системы СЛОГАН, показал, что для устранения противоречия, содержащегося в названном парадоксе, необходимо, чтобы брадобрей *не принадлежал* к жителям данной деревни. Отметим, что в [6, с.17] при рассмотрении парадокса брадобрея получен аналогичный результат: «нет такого жителя деревни, который брил бы всех тех и только тех жителей этой деревни, которые не бреются сами».

**Парадокс «Покрытый» («Электра»)**. Формулировку данного парадокса также приписывают Евбулиду [17],[19]. Содержание данного парадокса следующее [17, с.63]: «Электра знает своего брата Ореста, но не знает, что вернувшийся (покрытый человек) есть ее брат Орест». Представление данного парадокса в виде ЛВС-сети приведено на рис. 12. Очевидно, что причиной возникновения противоречия, содержащегося в парадоксе «Покрытый», является двусмысленность толкования слова ’знает’. Такая же точка зрения изложена в [19, с.56], хотя в [17] она оспаривается.

Для отображения названного противоречия в структуру ЛВС-сети введена ИЛИ-вершина ’OR_Знать’. Данная вершина отображает объем понятия ’Знать’, дихотомическое деление которого приводит к формированию двух контрадикторных понятий ’Знает’ и ’Не знает’, сопоставленных соответствующим вершинами ЛВС-сети (рис. 12).

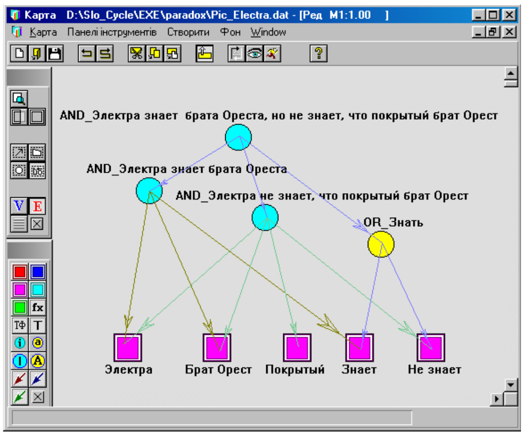


Рисунок.12. Парадокс «Покрытый» в виде ЛВС-сети

Верификация данной ЛВС-сети средствами системы СЛОГАН приводит к формированию двух однотипных ошибок, связанных с обнаружением неводов I рода. При этом начальные вершины неводов различны (в первом неводе начальной вершиной является вершина ’Не знает’, во втором – вершина ’Знает’), а конечные вершины совпадают (оба невода имеют одну и ту же конечную вершину – вершину ’AND_Электра знает брата Ореста, но не знает, что покрытый брат Орест’). Для устранения данных неводов система рекомендует удалить дуги, связывающие соответственно вершины ’Знает’ и ’OR_Знать’ и ’Не знает’ и ’OR_Знать’. Очевидно, что в результате удаления названных дуг необходимо удалить и вершину ’OR_Знать’ (а также дугу, связывающую эту вершину с вершиной ’AND_Электра знает брата Ореста, но не знает, что покрытый брат Орест’), поскольку при этом мы удалили из объема родового понятия, сопоставленного данной вершине, оба ее видовых контрадикторных понятия ’Знает’ и ’Не знает’, сопоставленных релевантным вершинам. Однако сами вершины ’Знает’ и ’Не знает’ остаются в структуре ЛВС-сети, и выполненное удаление дуг свидетельствует о том, что понятия, сопоставленные названным вершинам, *не могут находиться в отношении контрадикторности*, из чего следует, что имя одной из данных вершин используется некорректно. Этот же вывод следует из рекомендаций системы СЛОГАН: в случае необходимости (если это следует из контекста) требуется переопределить имя начальной вершины невода, т.е. изменить имя либо вершины ’Знает’, либо вершины ’Не знает’. Смысловой анализ парадокса показывает, что понятие ’не знает’ в формулировке парадокса используется некорректно, и для устранения семантической неоднозначности необходимо подобрать понятие, близкое по значению понятию ’не знает’. Очевидно, что таким понятием должно быть ’не узнаёт’ (поскольку в формулировке парадокса понятие ’не знает’ употребляется в смысле ’не узнаёт’). При этом не вызывает сомнения тот факт, что понятия ’знает’ и ’не узнаёт’ *не находятся* в отношении контрадикторности (т.е. не существует такого родового понятия, в объем которого входили бы названные понятия в качестве видовых понятий). Тогда исходная формулировка парадокса приобретает совершенно иное, лишенное парадоксальности, изложение: «Электра *знает* своего брата Ореста, но *не узнаёт* в вернувшемся (покрытом человеке) своего брата Ореста».

## Заключение

Изложенные результаты разрешения парадоксов наглядно демонстрируют особенности устранения противоречий, которые могут быть допущены при представлении знаний в виде ЛВС-сетей. Очевидно, что противоречия, выявленные при анализе структур парадоксов, по своей сути подобны противоречиям, допускаемым при выполнении процессов представления знаний в СОЗ. В общем случае возникновение таких противоречий является следствием неоднозначности смыслового содержания исходной информации (источников знаний), ее неполноты, некорректности интерпретации исходной информации человеком и т.п. Выполненный анализ показал, что эти проблемы в той или иной мере присущи каждому из рассмотренных парадоксов. Так, в ряде парадоксов (парадоксы лжеца (в версии Евбулида), парадокс брадобрея, парадокс Рассела, парадокс «Покрытый») возникновение противоречий связано с семантической неоднозначностью истолкования отдельных фрагментов знаний, содержащихся в формулировках парадоксов, что вызвано одновременным применением контрадикторных (противоречащих) понятий (’собственный класс’ и ’несобственный класс’; ’ложь’ и ’истина’; ’знает’ и ’не знает’) по отношению к одному и тому же объекту (расселовскому классу; критянину Эпимениду; Электре). Причем противоречия, возникающие, например, в парадоксах лжеца (в версии Евбулида) и брадобрея, носят ярко выраженный теоретико-множественный характер, связанный с необходимостью разграничения свойств элемента множества и самого множества.

Таким образом, методы распознавания и устранения логико-семантических противоречий, разработанные и программно реализованные в рамках СЛМ-технологии, позволяют обеспечивать непротиворечивость знаний, представляемых в структуре ЛВС-сети. Представляется, что данные методы могут быть положены в основу комплексного решения проблемы обеспечения непротиворечивости знаний, представляемых в СОЗ.

# Литература

1. Горский Д.П. Логика. – М.: Учпедгиз, 1958. – 290 с.
2. Карри Х. Основания математической логики. – М.: Мир, 1969. – 568 с.
3. Шенфилд Д. Математическая логика. – М.: Наука, 1975. – 528 с.
4. Клини С. Математическая логика. – М.: Мир, 1973. – 480 с.
5. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. – Биробиджан: ИП «Тривиум», 2000. – 304 с.
6. Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – М.: Мир, 1966. – 555 с.
7. Майданов А.С. Интеллект решает неординарные проблемы. – М.: ИФРАН, 1998. – 320 с.
8. Кулик Б.А. Логические основы здравого смысла / Под ред. Д.А. Поспелова. – СПб.: Политехника, 1997. – 131 с.
9. Сидоренко Е.А. Логика. Парадоксы. Возможные миры. (Размышления о мышлении в девяти очерках.) – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 312 с.
10. Кондращенко В.Я, Яловец А.Л. Представление и обработка знаний средствами СЛМ-технологии // Искусственный интеллект. – 2002. – № 3. – С. 107-117.
11. Вейль Г. Математическое мышление. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
12. Тарский А. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. – М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1948. – 326 с.
13. Фреге Г. Логика и логическая семантика: Сборник трудов. – М.: Аспект Пресс, 2000. – 512 с.
14. Козлова М.С. Философия и язык. – М.: Мысль, 1972. – 255 с.
15. Рассел Б. Исследование значения и истины. – М.: Идея-Пресс, Дом интеллектуальной книги, 1999. – 400 с.
16. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник. – М.: Наука, 1976. – 720 с.
17. Стяжкин Н.И. Формирование математической логики. – М.: Наука, 1967. – 508 с.
18. Тарский А. Понятие истины в языках дедуктивных наук // Философия и логика Львовско-Варшавской школы. – М.: РОССПЭН, 1999. – С. 19-156.
19. Ахманов А.С. Логическое учение Аристотеля. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 312 с.

***А.Л. Яловец***

**Проблема розрізнення логічних та семантичних парадоксів**

У статті викладаються питання розрізнення парадоксів за допомогою програмних засобів СЛМ-технології. У статті під розрізненням парадокса розуміється виявлення кореня протиріччя, що лежить в основі парадокса, і перебудова структури парадокса з метою його усунення. Розглянуто найбільше відомі приклади логічних і семантичних парадоксів.

In the article the problems of permission of paradoxes with assistance of software of the SLM-technology are accounted. In the article the permission of a paradox is understood as revealing the radical of an inconsistency underlying paradox, and restructuring of a paradox with the purpose of his elimination. The most known examples of logical and semantic paradoxes are considered.

*Статья поступила в редакцию 08.06.2004*