

УДК 681.3:771.537.442

А.В. Толоч, С.И. Гоменюк

Запорожский институт имени гетмана Петра Сагайдачного МАУП

Запорожский государственный университет, Украина

Моделирование образной оценки градиента на рельефе поверхности

В работе представлены способы формирования и использования растровых графических изображений дифференциальных образов как основы для анализа рельефа поверхности функции. Эти графические образы представляют информацию о некоторых геометрических характеристиках, необходимых для оценки формы поверхности функции. Информационная модель графического образа является многослойной, но ограниченной. Базовые графические слои можно использовать для формирования многих других слоёв геометрических характеристик, используемых в оценке рельефных задач для поверхности функции. В качестве одного из примеров такой задачи представлен принцип определения градиентного спуска.

Введение

Зрительный образ наряду с другими чувственными представлениями окружающего мира является основой при оценке цветовых и геометрических характеристик объектов в исследуемом пространстве. Активное использование образов в визуальном анализе позволяет проводить оценку форм геометрических объектов, заданных в виде некоторой функции. При этом образные данные являются наиболее наглядным источником отображения геометрической информации, позволяющим визуально представить некоторый класс аналитических зависимостей в виде графика, поверхности или тела [1-3]. По мере развития различных подходов к визуализации образ выступает как некоторый новый вид компьютерной информации – графическая информация [4-6]. В этом случае образ можно представить посредником для решения поставленных геометрических задач. В настоящей работе приведён пример формирования и использования специальных образов для автоматизации решения задачи градиентного спуска на заданной поверхности функции двух переменных. Графическая информация в виде растровых полей (понятие растрового поля предлагается рассматривать аналогично скалярному полю) получена в системе РАНОК (рекурсивный анализ образных компонентов), базирующейся на алгоритмах итерационного разбиения исследуемой области определения рассматриваемой функции [7]. В основе построения образа предлагается использовать тоновую закраску по косинусному закону отклонения нормали \vec{h} в каждой точке поверхности от осей Ox , Oy , Oz . Возрастание тона от белого к чёрному соответствует возрастанию значения косинуса. Таким образом, исходная графическая информация представляет собой совокупность трёх растровых полей. На основе полученной графической информации формируются новые слои растровых полей, позволяющих автоматизировать анализ формы

геометрических характеристик поверхности.

Далее приведён подробный пример формирования необходимой графической информации для решения задач по оценке рельефа поверхности. Для простоты зрительного восприятия получаемой графической информации в основу рассмотрения берётся функция сферы вида $z = \sqrt{r^2 - x^2 - y^2}$. В качестве примера дальнейшей оценки формы поверхности предлагается некоторая функция для рассмотрения классической задачи определения градиентного спуска.

Принципы формирования образных данных о локальных геометрических характеристиках поверхности функции двух переменных

Представим нормальное векторное поле рассматриваемой поверхности некоторой функции $u(x, y)$ тремя скалярными полями:

$$N_u = N_x(x, y, u)i + N_y(x, y, u)j + N_z(x, y, u)k.$$

Установив соответствие с градацией тона P в осевых направлениях подсветки как

$$C_x = \frac{P(1 + N_x)}{2}, \quad C_y = \frac{P(1 + N_y)}{2}, \quad C_z = \frac{P(1 + N_z)}{2},$$

получим три базовых растровых поля как исходную структуру данных графической информации (рис. 1).

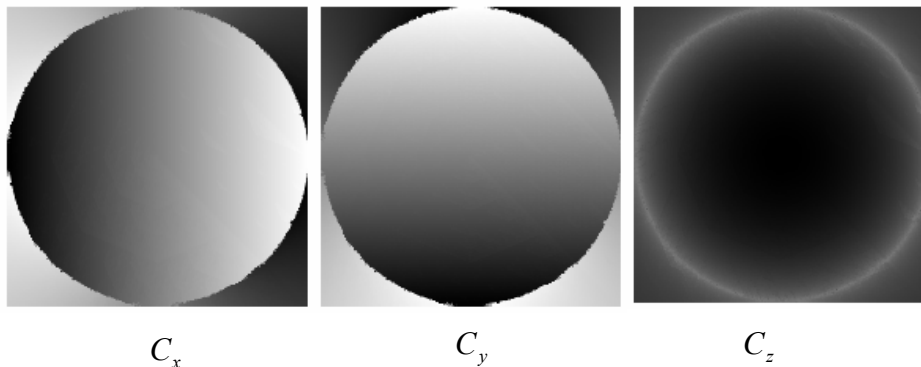


Рисунок 1 – Образы скалярных полей, нормированные по градации тона палитры P

Выбирая ось наблюдения по отношению к объекту исследования, с помощью базовых растровых полей C_x , C_y , C_z организуем пространственную ориентацию плоскости горизонта G (ориентацию наблюдения) для возможности выделения экстремальных точек поверхности. Традиционно при рассмотрении поверхности функции вида $u(x, y)$ такая ориентация предполагает совпадение направления плоскости

горизонта с плоскостью $xOy // G$, где направление наблюдения противоположно оси Oz . Поэтому в дальнейшем новым полученным образам, выражаемым через образы C_x, C_y, C_z , предлагается добавить индекс z :

$$C_{zx} = 2 \left| C_x - \frac{(1 + \cos \alpha)}{2} P \right|, \quad C_{zy} = 2 \left| C_y - \frac{(1 + \cos \alpha)}{2} P \right|, \quad C_{zz} = 2 \left| C_z - \frac{(1 + \cos \alpha)}{2} P \right|,$$

где α – угол отклонения от соответствующих осей Ox, Oy, Oz .

На рис. 2 приведены образы растровых полей, нормированные градацией тона палитры P с наблюдением вдоль оси Oz . Это говорит о том, что экстремальные точки и линии располагаются в точках, касательные которых параллельны плоскости xOy .

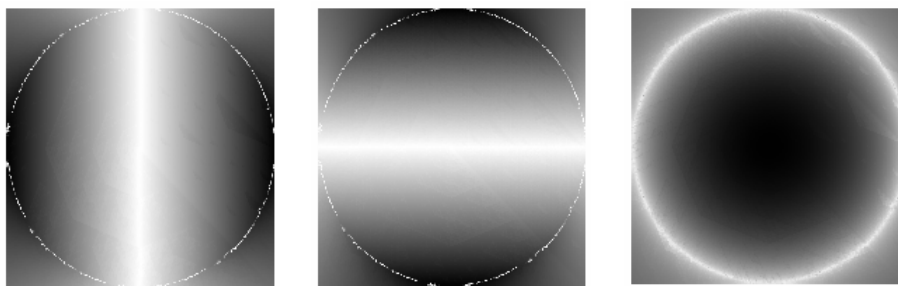


Рисунок 2 – Образы растровых полей, нормированные по градации тона палитры с наблюдением вдоль оси Oz , $\alpha = \pi / 2$

Рис. 3 демонстрирует способы получения дифференциальных образов на базе двух предыдущих подготовительных этапов:

$$\left| \frac{du}{dx} \right| = \left| \frac{N_x}{N_z} \right| \approx \frac{C_{zx}}{C_{zz}}, \quad \left| \frac{du}{dy} \right| = \left| \frac{N_y}{N_z} \right| \approx \frac{C_{zy}}{C_{zz}}, \quad \left| \frac{dy}{dx} \right|_{u+const} \approx \frac{C_{zy}}{C_{zx}},$$

$$C_{dx} = \left\| \frac{C_{zx}}{C_{zz}} \right\| = \begin{cases} \frac{C_{zx}}{C_{zz}} \leq 1 \rightarrow C_{dx} = P - \frac{C_{zx}P}{2C_{zz}} \\ \frac{C_{zx}}{C_{zz}} > 1 \rightarrow C_{dx} = \frac{C_{zz}P}{2C_{zx}} \end{cases},$$

$$C_{dy} = \left\| \frac{C_{zy}}{C_{zz}} \right\| = \begin{cases} \frac{C_{zy}}{C_{zz}} \leq 1 \rightarrow C_{dy} = P - \frac{C_{zy}P}{2C_{zz}} \\ \frac{C_{zy}}{C_{zz}} > 1 \rightarrow C_{dy} = \frac{C_{zz}P}{2C_{zy}} \end{cases}.$$

Двойные скобки $\| \|$ означают, что рассматриваемое отношение нормируется на промежутке $[0, P]$.

Аналогичным способом нормирования в соответствии с градацией палитры P определяется последний дифференциальный образ

$$C_{yx} = \left\| \frac{C_{zy}}{C_{zx}} \right\|.$$

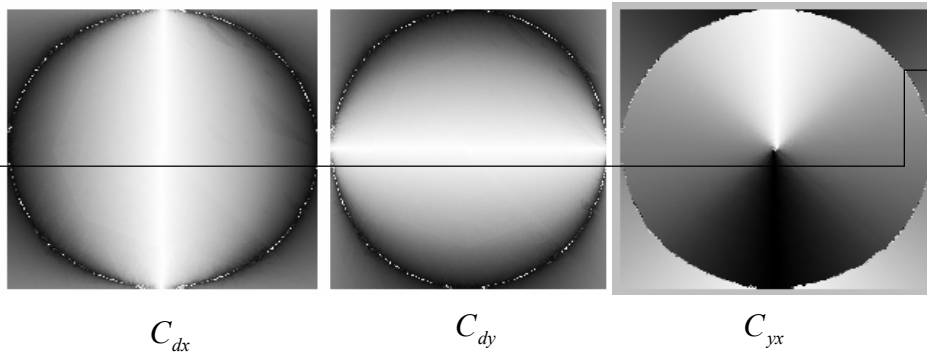


Рисунок 3 – Образы скалярных полей дифференциальных характеристик поверхности

Рис. 4 отображает примеры многослойного представления функции вида

$$u = 0.75e^{-\left[\frac{(9x-2)^2+(9y-2)^2}{4}\right]} + 0.75e^{-\left[\frac{(9x+1)^2}{-49} - \frac{9y+1}{10}\right]} + \left[-0.2e^{-\left[(9x-4)^2-(9e-7)^2\right]}\right] + 0.5e^{-\left[\frac{(9x-7)^2+(9y-3)^2}{4}\right]} \quad (1)$$

на уровне получения образов первой производной в предложенной выше последовательности.

Решение задачи градиентного спуска

Особый интерес представляют способы использования таких образов при решении оптимизационных задач посредством оценки рельефности. Примером такой задачи является определение траектории градиентного спуска.

Алгоритм в рассматриваемом случае заключается в определении перемещения точки в одно из восьми направлений возможного смещения. Предлагается использовать образную информацию в рассматриваемой точке, используя два слоя C_{xy} , C_{yx} , представленные на рис. 4. Эти слои отображают тоновую градацию отношений C_{zx}/C_{zy} и C_{zy}/C_{zx} для функции (1).

Этой образной информации достаточно, чтобы получить однозначное значение отклонения градиента от осей Ox и Oy соответственно в плоскости xOy и проекцию его направления. Причём градация тона в каждой точке отражает выбранное отклонение с точностью заданной палитры P , что позволяет выбрать соответствующие столбец и строку индексной таблицы (рис. 5).

Пересечение найденного столбца и строки определяет ячейку таблицы с индексом смещения текущей искомой точки, принадлежащей линии градиентного

спуска.

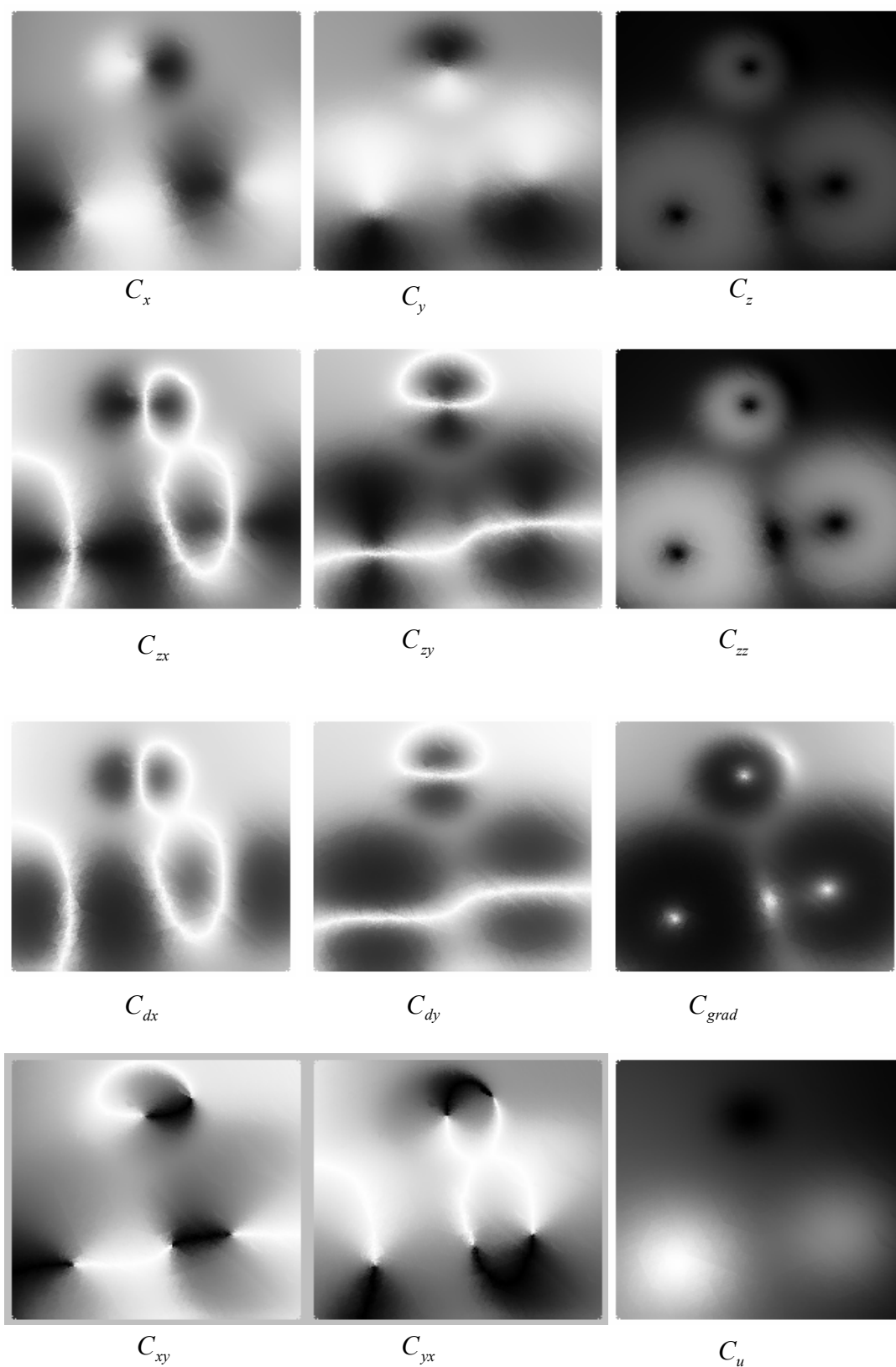


Рисунок 4 – Пример разложения на образы скалярных полей дифференциальных характеристик поверхности функции

$i-1, j+1$	$i, j+1$	$i+1, j+1$
$i-1, j$	i, j	$i+1, j$
$i-1, j-1$	$i, j-1$	$i+1, j-1$

Рисунок 5 – Индексное представление выбора направления градиента

Присвоив переменным x и y соответствующие значения в выбранной точке с текущими координатами (i, j) для образов C_{yx} и C_{xy} (координатные индексы предлагается располагать вверху) $x = C_{yx}^{ij}, y = C_{xy}^{ij}$, получим следующие выражения:

$$C_x = \begin{cases} \frac{P}{2} + \frac{P}{8} \leq x \rightarrow C_x = \{C_x^{i+1, j+1}, C_x^{i+1, j}, C_x^{i+1, j-1}\} \\ \frac{P}{2} - \frac{P}{8} \geq x \rightarrow C_x = \{C_x^{i-1, j+1}, C_x^{i-1, j}, C_x^{i-1, j-1}\}, \\ C_x = \{C_x^{i, j+1}, C_x^{i, j}, C_x^{i, j-1}\} \end{cases}$$

$$C_y = \begin{cases} \frac{P}{2} + \frac{P}{8} \leq y \rightarrow C_y = \{C_y^{i+1, j+1}, C_y^{i, j+1}, C_y^{i-1, j+1}\} \\ \frac{P}{2} - \frac{P}{8} \geq y \rightarrow C_y = \{C_y^{i+1, j-1}, C_y^{i, j-1}, C_y^{i-1, j-1}\}, \\ C_y = \{C_y^{i+1, j}, C_y^{i, j}, C_y^{i-1, j}\} \end{cases}$$

$$C_{res} = C_x \text{ I } C_y,$$

где C_x, C_y – множество элементов строки и столбца соответственно, а C_{res} – искомый элемент индексной таблицы, определяющий направление смещения линии градиентного спуска.

Подкладывая в виде подосновы любой образ, удобный для визуальной оценки результата (например, C_{grad}), с использованием для получения решения образов C_{xy} и C_{yx} , получаем возможность интерактивной расстановки точек на поверхности с динамическим определением траектории градиентного спуска, с оценкой активности спуска (рис. 6).

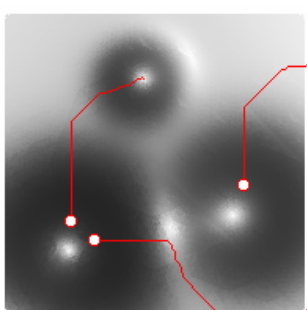


Рисунок 6 – Результат определения направления траектории градиентного спуска

Заключение

Двумерное представление образной информации предполагает развитие принципов анализа пространственных структур с применением воксельных подходов организации образов, а также многомерных структур, не поддающихся зрительному восприятию. Применение принципов зрительной оценки в ходе решения многомерных задач позволяет повысить уровень процедуры анализа, подкрепив его образными экспертными системами, которые базируются на выделении рельефных характеристик поверхности результатов. Предложенные результаты легли в основу системы РАНОК, активно используемой для отображения образных слоев, описанных методом R-функции [3].

Литература

1. Savchenko V.V., Pasko A.A., Vyatkin S.I. et. Al. New approach in geometric modeling: Distributed and hardware implementation perspectives // International Conference on Computers and Devices for Communication CODEC-98. – Calcutta (India). – 1998. – P. 285.
2. Вяткин С.И., Долговесов Б.С., Чижик С.Е. Синтез визуальной среды с рекурсивным делением объектного пространства // Графикон'98. – М., 1998.
3. Рвачёв В.Л., Толок А.В., Уваров Р.А., Шейко Т.И. Новые подходы к построению уравнений трёхмерных локусов с помощью R-функций // Вісник Запорізького державного університету. – 2000. – № 2. – С. 119-131.
4. Толок А.В. Образный анализ в интеллектуальных системах // Искусственный интеллект. – 2000. – № 3. – С. 558-565.
5. Толок О.В. Синтез візуальних образів геометричних характеристик // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: ЗАТ «ВІПОЛ». – 2001. – Вип. 69. – С. 123-127.
6. Tolok A. Application of the computer graphics images in definition of geometrical characteristics of a surface // Proc. of 10th ICGG. – Kyiv (Ukraine). – 2002. – Vol. 2. – P. 213-216.
7. Мухін В.В. Візуальний аналіз на основі алгоритму ітераційного уточнення // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: ЗАТ «ВІПОЛ». – 2001. – Вип. 69. – С. 127-131.

А.В. Толок, С.И. Гоменюк

Моделювання образної оцінки градієнту на рельєфі поверхні

У роботі представлені способи формування і використання растрових графічних зображень диференціальних образів як основи для аналізу рельєфу поверхні функції. Ці графічні образи представляють інформацію про деякі геометричні характеристики, що необхідні для оцінки форми поверхні функції. Інформаційна модель графічного образу є багатощаровою, але обмеженою. Базові графічні шари можна використовувати для формування багатьох інших шарів геометричних характеристик, що використовуються в оцінці рельєфних задач для поверхні функції. Як один з прикладів такої задачі представлений принцип визначення градієнтного спуску.

A.V. Tolok, S.I. Gomenyuk

Modelling of Gradients Graphics Estimation on the Surface Relief

In this work the main principles of constructing and usage of raster graphics pictures of differential images as a basis of relief estimation of analyzed function surface are considered. The graphic image is presented as unity of the information, which comprises some geometrical characteristics. The information model of an image has multi-stratum organization, where each stratum corresponds to a graphic image. The base graphic images, which make possible the synthesis of many other required images of geometrical characteristics for an estimation of a considered surface relief are chosen. The offered approach full uses the principles of a visual estimation of surface shape, as is founded on the laws of light reflection, decomposing a realistic image on base components. As an example of a relief estimation of a surface the solution of a problem of gradient descent definition with usage of two graphic images is given.

Статья поступила в редакцию 16.01.04.