

УДК 519.7

*Н.Б. Паклин*

Ижевский государственный технический университет, Россия

## Нечетко-когнитивный подход к управлению динамическими системами

В работе проведен краткий обзор отечественных и зарубежных достижений в области моделирования систем с помощью нечетких когнитивных карт. Предложен новый способ построения таких карт, в котором взаимосвязи между элементами карты описываются нечеткими правилами. В качестве примера рассмотрено моделирование развития лесопромышленного комплекса.

### Введение

На сегодняшний момент существует большое количество методов для моделирования динамических систем и процессов, происходящих в них. Выбор тех или иных методов зависит от степени информативности поведения системы и ее сложности. Традиционным является подход, заключающийся в представлении системы в виде дифференциальных уравнений, описывающих какие-либо законы сохранения, действующие в ней. В этом случае основной задачей моделирования является подбор коэффициентов, входящих в уравнения, обеспечивающих адекватность математической модели. К этой же группе методов можно отнести математическое программирование и исследование операций. Но часто при исследовании сложных систем, например экономических и социальных, не представляется возможным построить достоверную математическую модель из-за большой неопределенности взаимодействий элементов системы. Поэтому существует другой подход, основывающийся на представлении системы в виде нечеткой когнитивной карты. Анализ построенной когнитивной карты позволяет быстро получить информацию о поведении системы и в некоторых случаях проводить численные эксперименты.

### Типы нечетких когнитивных карт

Нечеткие когнитивные карты (НКК) были предложены Б. Коско в 1986 г. и используются для моделирования причинных взаимосвязей, выявленных между концептами некоторой области [1]. В отличие от простых когнитивных карт, НКК представляют собой нечеткий ориентированный граф с обратной связью, узлы которого являются нечеткими множествами. Направленные ребра графа не только отражают причинно-следственные связи между концептами, но и определяют степень влияния (вес) связываемых концептов. Таким образом, НКК объединяет в себе свойства нечетких систем и нейронных сетей. Активное использование нечетких когнитивных карт в качестве средства моделирования систем обусловлено возможностью наглядного представления анализируемой системы и легкостью интерпретации причинно-следственных связей между концептами.

В настоящее время математический аппарат анализа нечетких когнитивных карт хорошо развит и существует много алгоритмов построения и функцио-

нирования таких карт [1], [2]. Процесс формирования и использования НКК всегда состоит из следующих шагов:

1. Определение списка концептов. Они могут характеризовать некоторые события, действия, величины или цели.
2. Определение степеней влияния между каждой парой концептов или задание функций принадлежности на каждом терме.
3. Построение когнитивной карты.
4. Ее анализ и интерпретация.

Простые НКК [2], или традиционные когнитивные карты, содержат связи, которые могут принимать одно из трех значений из множества  $\{-1, 0, 1\}$ . Значение связи  $+1$  между двумя концептами означает положительное влияние первого на второй,  $-1$  – отрицательное влияние, а ноль свидетельствует об отсутствии отношений причинности между концептами, и на карте связь не рисуется. Такая простая разновидность когнитивных карт используется для качественной оценки влияния отдельных концептов на устойчивость всей системы.

Недостатки традиционных когнитивных карт – ограниченность применения и невозможность численного моделирования поведения систем, описываемых ими, – устраняются в различных модификациях нечетких когнитивных карт. Нечеткой когнитивной картой называется причинно-следственная сеть  $G = (C, W)$ , где  $C$  – множество концептов,  $W$  – множество связей между концептами  $w(c_i, c_j) \in W \rightarrow [-1; 1]$ .

Это означает, что в НКК устанавливаются числовые значения степеней причинности связей, показывающие, как один концепт влияет на другой. При построении карты экспертам чаще всего предлагают воспользоваться следующей шкалой [3]: влияет сильно ( $+1.0$ ), влияет ( $0.5$ ), не влияет ( $0.0$ ), влияет отрицательно ( $-0.5$ ) и влияет очень отрицательно ( $-1.0$ ). В случае, когда значения весов причинно-следственных связей извлекаются из данных в процессе обучения, веса принимают произвольные нечеткие значения из множества  $\{-1; 1\}$ . На основе построенной нечеткой когнитивной карты формируются матрицы взаимовлияний концептов друг на друга, после чего исследуются поведение и устойчивость построенной карты. Рассчитываются системные показатели нечеткой карты – консонансы и диссонансы влияния концептов друг на друга, вычисление которых основано на сравнении контуров, образованных из концептов карты по критерию соответствия, баланса и силы влияния [4].

В адаптивных НКК решается задача автоматического построения карт и нахождения величин весов причинных связей между концептами из данных [1]. Одним из известных алгоритмов обучения НКК является дифференциальный алгоритм Хэббана; существуют более эффективные методики, например сбалансированный дифференциальный алгоритм [5].

Отечественными исследователями описан новый тип когнитивных карт – обобщенные нечеткие когнитивные карты [4]. Они представляют собой нечеткую причинно-следственную сеть вида  $G = (E, W)$ , где  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_p\}$  – множество концептов,  $W = \{w(e_i, e_j)\}$  – множество связей между ними. Каждый концепт  $e_i, i = 1, \dots, P$  характеризуется термом-множеством лингвистической переменной

$$T_i = \{T_1^i, T_2^i, \dots, T_{m_j}^i\}, \quad (1)$$

где  $m_j$  – число типовых состояний концепта. Для описания каждого термина  $T_k^i$  строится терм-множество с функцией принадлежности  $\mu_{T_k^i}(x)$ . Связи между типовыми

состояниями каждой пары концептов задаются нечеткими переменными, описываемыми соответствующими нечеткими множествами.

Разновидность обобщенной нечеткой когнитивной карты определяется выбранной формой функций принадлежности (треугольная, трапецидальная, гауссова и др.), способом нечеткого логического вывода (по Мамдами, Цукамото, Ларсену), процедурой дефазификации и некоторыми другими параметрами и свойствами. В последующих разделах излагается один из разработанных подходов к построению обобщенных нечетких когнитивных карт и его применение к моделированию развития регионального лесопромышленного комплекса.

## Построение обобщенной нечеткой когнитивной карты

Предлагается один из подходов к построению обобщенной нечеткой когнитивной карты, в которой выделяются входные и выходные переменные, а связи описываются нечеткими правилами. Во множестве концептов  $C$  нечеткой причинно-следственной сети  $G = (C, W)$  выделяются множество входных воздействий  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , множество выходных воздействий  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$  и промежуточные концепты  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_p\}$ .  $W = \{w(c_i, c_j)\}$  – множество связей между концептами,  $W \in [0; 1]$ . Эти связи выражают степень взаимовлияния одного концепта на другой и могут принимать только положительные значения. В простом случае можно ограничиться бинарными связями:  $w(c_i, c_j) = 1$  – связь существует и  $w(c_i, c_j) = 0$  – при ее отсутствии. Каждой такой связи  $w(c_i, c_j)$  ставится в соответствие нечеткое правило  $r(c_i, c_j)$  с термами  $T_i$  и  $T_j$  согласно выражению (1). Каждому правилу соответствуют функции принадлежности условия и следствия.

Правила, содержащие одинаковые следствия и относящиеся к одному и тому же взаимодействию, объединяются в одно с помощью логического суммирования. Количественный результат взаимодействия между элементами определяется на основе нечеткого вывода. Для определенности дальнейших рассуждений выберем в качестве механизма нечеткого вывода способ Мамдами, а для приведения к четкости воспользуемся центроидным методом [4]. Представим нечеткое правило в виде  $A \Rightarrow B$ , которое в общем случае записывается в виде:

$$\text{ЕСЛИ } (x_1 \in A_1) \text{ И } \dots (x_j \in A_j) \text{ И } \dots (x_n \in A_n) \text{ ТО } (y \in B_i).$$

Для определения результирующего уровня активации применяется оператор логического умножения для отдельных составляющих условия в правиле:

$$\mu^j_A(x) = \min_i(\mu_A(x_i)). \quad (2)$$

Агрегированная по всем правилам функция принадлежности определяется логическим суммированием

$$\mu_B(y) = \max_{j=1, N}(\mu^j_A(x)\mu^j_B(y)), \quad (3)$$

а точечная оценка результата концепта вычисляется относительно центра области:

$$y_c = \frac{\int \mu_B(y) y dy}{\int \mu_B(y) dy}. \quad (4)$$

При наличии матрицы взаимовлияний концептов с нечеткими числами друг на друга формула (3) примет вид

$$\mu_B^i(y) = \max_{j=1,N} (\mu_A^j(x \cdot w(c_i, c_j)) \mu_B^j(y)).$$

Функционирование такой обобщенной НКК в направлении от входа к выходу определяется зависимостью  $Y = F(X, W)$ , где  $X$  – входные воздействия моделируемой системы, включая и внешние факторы. При наличии обратной связи в системе функциональная зависимость принимает рекуррентный вид

$$Y(t) = F[X(t-1), Y(t-1), W], \tag{5}$$

где  $t$  – период развития системы.

Построенная нечеткая когнитивная карта, функционирующая по алгоритму (2 – 5), позволяет исследовать поведение системы при варьировании величин компонент вектора  $X$  и матрицы связей  $W$ .

### Пример: моделирование развития лесопромышленного комплекса

Рассмотрим применение изложенного подхода к моделированию развития регионального лесопромышленного комплекса (ЛПК) [6], [7]. Региональный ЛПК – сложная организационно-техническая система, состоящая из кортежа

$$\langle D(t), S(t), Y(t), E(t), t \rangle, \tag{6}$$

в котором учитываются следующие параметры:  $D$  – действия правительства, предприятий комплекса и инвесторов;  $S$  – факторы внешней среды;  $Y$  – выходные показатели развития комплекса;  $E$  – множество концептов, связывающих входные и выходные переменные;  $t$  – время. Ставится задача оптимального управления данной системой и исследования ее поведения во времени при различных действиях правительства и условий внешней среды.

Система (6) характеризуется большой неопределенностью элементов, входящих в нее (человеческий, экономический и др. факторы), и для моделирования развития такой системы не представляется возможным получить ее точное математическое описание. Поэтому представим модель ЛПК в виде обобщенной нечеткой когнитивной карты (рис. 1).

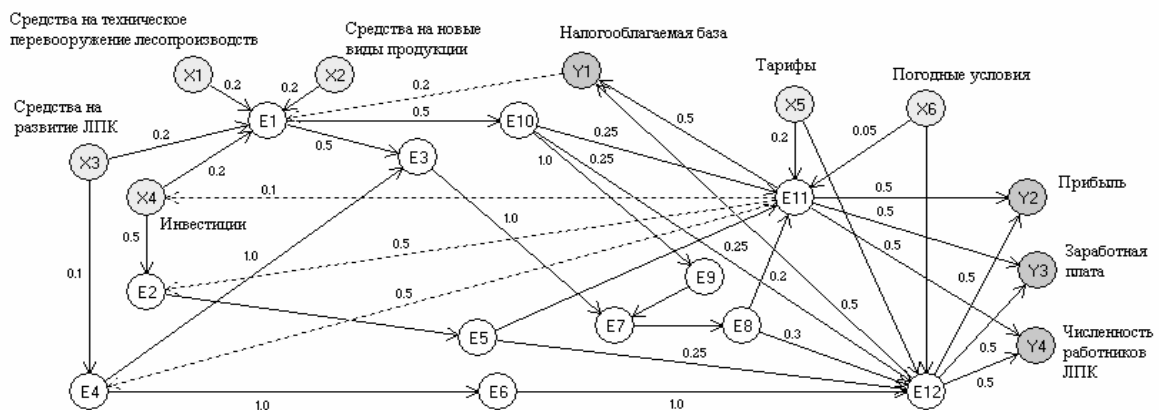


Рисунок 1 – Модель ЛПК в виде нечеткой когнитивной карты

Выделим концепты:

$E_1$  – техническое и технологическое оснащение предприятий ЛПК;

$E_2$  – оборотные средства предприятий ЛПК;

$E_3$  – качество продукции;

$E_4$  – переподготовка и повышение квалификации кадров;

$E_5$  – загрузка имеющегося оборудования;

$E_6$  – управление производством и сбытом;

$E_7$  – конкурентоспособность продукции;

$E_8$  – объем рынков сбыта;

$E_9$  – ассортимент продукции предприятий ЛПК;

$E_{10}$  – переработка древесной и недревесной продукции;

$E_{11}$  – объем производства;

$E_{12}$  – рентабельность предприятий ЛПК.

Построенная нечеткая когнитивная карта, моделирующая поведение регионального лесопромышленного комплекса, охватывает его основные действующие элементы:

- действия правительства, связанные с выделением средств на функционирование комплекса (концепты  $X_1, \dots, X_3$ ), и инвесторов, вкладывающих средства в развитие предприятий комплекса ( $X_4$ );
- действия предприятий ЛПК (концепты  $E_4, E_5, E_{10}$ );
- факторы, определяющие деятельность предприятий ЛПК (концепты  $E_1, E_2, E_6$ );
- характеристики, определяющие сбыт продукции (концепты  $E_3, E_7, E_8, E_9$ );
- характеристики, определяемые деятельностью предприятий, – объем производства  $E_{11}$  и рентабельность  $E_{12}$ .
- внешние факторы – тарифы на энергоносители  $X_5$  и погодные условия  $X_6$ ;
- показатели развития ЛПК (выходные переменные  $Y_1, \dots, Y_4$ ).

Система (6) функционирует в виде нечеткой сети по алгоритмам (2 – 5), где  $t$  – год развития системы.

С помощью построенной нечеткой когнитивной карты с заданными нечеткими правилами и весовыми связями между концептами исследуем влияние на ЛПК условий внешней среды – погодных факторов и уровня тарифов на энергоносители. Это влияние определяется четырьмя правилами:  $r(x_5, e_{11})$ ,  $r(x_5, e_{12})$ ,  $r(x_6, e_{11})$ ,  $r(x_6, e_{12})$  – с соответствующими им функциями принадлежности на каждом терме (рис. 2).

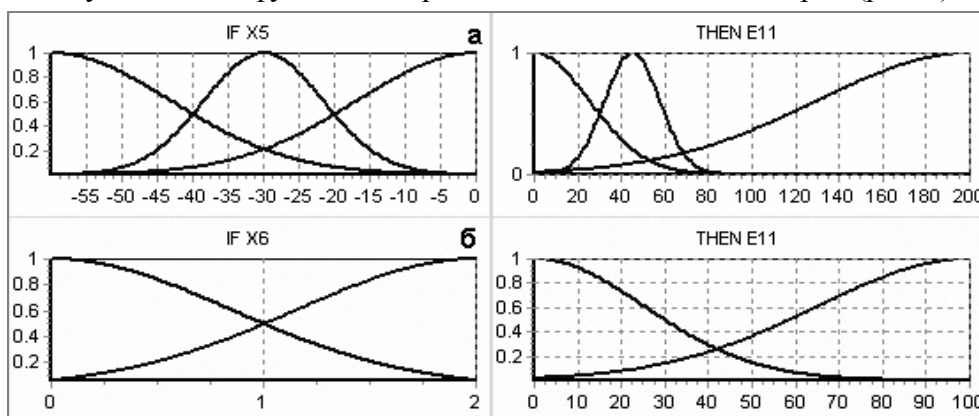


Рисунок 2 – Функции принадлежности для правил, описывающих влияние:

а – тарифов на энергоносители на объем производства;

б – погодных условий на рентабельность производства.

В качестве функции принадлежности правил была выбрана функция гауссовского типа, получившая распространение в нечетких сетях [8]. Она описывается формулой

$$\mu(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2\right] \quad (7)$$

и оперирует двумя параметрами:  $\sigma$  и  $c$ . Параметр  $c$  обозначает центр нечеткого множества, а параметр  $\sigma$  отвечает за крутизну функции.

Рис. 2 дает ответ на вопрос, как изменится поведение системы в зависимости от внешних факторов: уровня тарифов на энергоносители и погодных условий. Рассматриваются два варианта: «умеренные тарифы – удовлетворительные погодные условия» (базовый вариант,  $X_5 = -30$ ;  $X_6 = 1$ ) и «высокие тарифы – плохие погодные условия» ( $X_5 = -60$ ;  $X_6 = 0$ ). Видно, что во втором случае показатели развития лесопромышленного комплекса снижаются в три раза по сравнению с базовым вариантом. Аналогично моделируется поведение системы при варьировании величин, отвечающих за действия регионального правительства и поступления ожидаемых инвестиций в предприятия комплекса.

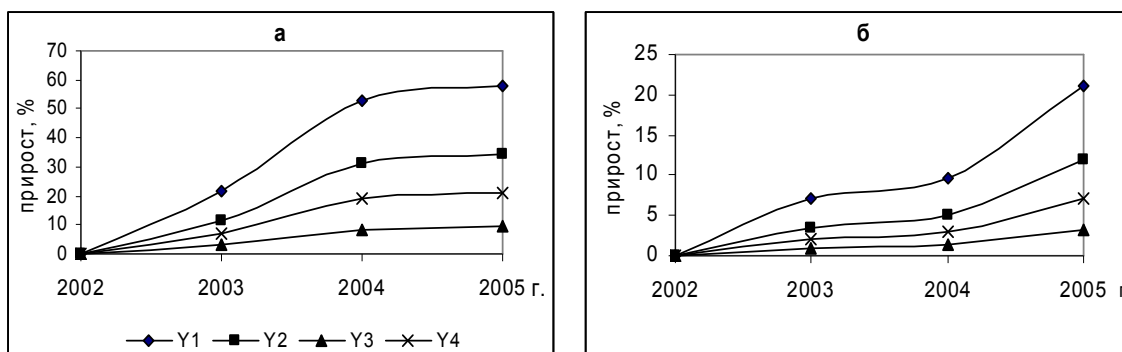


Рисунок 3 – Динамика развития основных показателей ЛПК при разных внешних факторах:

- а – умеренные тарифы и удовлетворительные погодные условия;
- б – высокие тарифы и плохие погодные условия.

Построение функций принадлежности вида (7) может вестись двумя способами. В первом случае эксперты устанавливают меры условия и следствия, а также формулируют правила в виде нечетких высказываний. Как известно, данный подход имеет существенный недостаток, заключающийся в субъективности мнений экспертов. Поэтому перспективным направлением является разработка алгоритмов и методов обучения обобщенных нечетких когнитивных карт на данных. Кроме того, экспертный и адаптивный подходы можно комбинировать, например, если только часть правил задается экспертами. Задача подбора функций принадлежности терм-множеств концептов из данных, когда известны только входные и выходные состояния системы в определенные промежутки времени, часто может быть затруднена из-за большого числа параметров функций принадлежности. Для обучения необходимо использовать дополнительные данные и разрабатывать эффективные методики обучения.

Другой подход состоит в том, что все правила задаются экспертами, а веса связей настраиваются в процессе обучения. В этом случае должны быть известны на-

боры значений всех концептов в определенные промежутки времени  $t$ . Здесь хорошо подходят известные алгоритмы обучения карт типа алгоритма дифференциального обучения Хэббиана и его модификации [1], [4].

## Заключение

Для моделирования систем обобщенными нечеткими когнитивными картами предложенным способом было разработано специальное программное обеспечение, в котором реализованы возможности графического построения нечеткой когнитивной карты, задания правил и функций принадлежности на термах и вывода динамики развития системы при различных входных воздействиях.

Рассмотренный нечетко-когнитивный подход к построению имитационных моделей сложных систем позволяет реализовать оптимальное управление такими системами без построения точной математической модели. Наглядность нечетких когнитивных карт, возможности проведения численного моделирования, а также комбинирование экспертного и адаптивного подходов для построения правил делают обобщенные нечеткие когнитивные карты удобным средством описания систем.

## Литература

1. Kosko B. Fuzzy Cognitive Maps // International Journal of Man-Machine Studies. – 1986. – Vol. 1. – P. 65-75.
2. Dickerson J., Kosko B. Virtual Worlds as Fuzzy Dynamic Systems // Technology for Multimedia. – New York, IEEE Press: 1998. – P. 567-603.
3. Aguilar J. A Dynamic Fuzzy-Cognitive-Map Approach Based on Random Neural Networks // International Journal of Computational Cognition. – 2002. – Vol. 1, № 4. – P. 91-107.
4. Компьютерная поддержка сложных организационно-технических систем / Борисов В.В., Бычков И.А., Дементьев А.В., Соловьев А.П., Федулов А.С. – М.: Горячая линия – Телеком, 2002. – 154 с.
5. Huerga A. A balanced differential learning algorithm in fuzzy cognitive maps // [http://monet.aber.ac.uk:8080/monet/docs/pdf\\_files/qr\\_02/qr2002alberto-vazquez.pdf](http://monet.aber.ac.uk:8080/monet/docs/pdf_files/qr_02/qr2002alberto-vazquez.pdf).
6. Тенев В.А., Якимович Б.А., Паклин Н.Б. Оптимальное управление детерминированными и нечеткими системами // Вестник ИжГТУ. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2003. – Вып. 1. – С. 35-40.
7. Паклин Н.Б., Тенев В.А. Имитационное моделирование организационных систем с применением нечеткой логики // Мат-лы XXX юбил. междунар. конф. «Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации и бизнесе (IT+SE'2003)», Украина, Крым, Гурзуф, 18 – 29 мая 2003 г. – С. 66-68.
8. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.

In the paper a short review of achievements of systems modeling using fuzzy cognitive maps is made. A new approach of building such maps is presented when causal relations between elements are described by fuzzy rules. The considered approach used for simulation modeling of regional timber industry complex.

У роботі проведено короткий огляд вітчизняних і зарубіжних досягнень в області моделювання систем за допомогою нечітких когнітивних карт. Запропоновано новий спосіб побудови таких карт, у якому взаємозв'язки між елементами карти описуються нечіткими правилами. Як приклад розглянуто моделювання розвитку лісопромислового комплексу.

*Статья поступила в редакцию 03.07.03.*